



Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ УГГУ



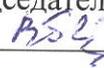
К.М. АБУБАКИРОВ, Л.В. ПЕТРОВЫХ, А.В. УГОЛЬНИКОВ,
С.Г. ХРОНУСОВ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
Лабораторный практикум
Часть 1.

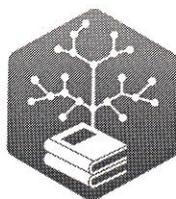
Для студентов всех специальностей очного и заочного обучения,
изучающих дисциплины «Электротехника и электроника» и
«Теоретические основы электротехники».

Екатеринбург
2017

Министерство образования и науки РФ
ФГБОУ ВО
«Уральский государственный горный университет»

ОДОБРЕНО
Методической комиссией
горно-механического факультета,
"28" апреля 2017 г.
Председатель комиссии
 проф. Барановский В.П.

ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ УГГУ



К.М. АБУБАКИРОВ, Л.В. ПЕТРОВЫХ, А.В. УГОЛЬНИКОВ,
С.Г. ХРОНУСОВ

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
Лабораторный практикум
Часть 1.

Для студентов всех специальностей очного и заочного обучения,
изучающих дисциплины «Электротехника и электроника» и
«Теоретические основы электротехники».

Екатеринбург, 2017

Электронное издание УГГУ
УДК 621.3.01

№ ЭЛЕКТРОННОГО ИЗДАНИЯ _____

РЕЦЕНЗЕНТ:

Х.Б. Юнусов, канд. техн. наук, доцент кафедры ЭГП Уральского Государственного Горного Университета

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры «Электротехники» ДАТА 05.05.2017 г. (протокол №15) и рекомендованы В КАЧЕСТВЕ ЭЛЕКТРОННОГО издания в УГГУ.

ЭЛЕКТРОННОЕ ИЗДАНИЕ УГГУ

**К.М. АБУБАКИРОВ, Л.В. ПЕТРОВЫХ, А.В. УГОЛЬНИКОВ,
С.Г. ХРОНУСОВ**

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
Лабораторный практикум
Часть 1.

: учебно-методический электронный комплекс/ К.М. АБУБАКИРОВ, Л.В. ПЕТРОВЫХ, А.В. УГОЛЬНИКОВ, С.Г. ХРОНУСОВ ; Урал. гос. горный ун-т. - Екатеринбург., 2017.- 54 с.

Лабораторный практикум содержит краткие сведения из теории расчета однофазных и трехфазных электрических цепей. Приведено содержание лабораторных и расчетно-графических работ.

Для студентов всех специальностей очного и заочного обучения, изучающих дисциплины «Электротехника и электроника» и «Теоретические основы электротехники»

УДК 621.3.01

© Уральский государственный
горный университет, 2017
© К.М. АБУБАКИРОВ, Л.В. ПЕТРОВЫХ,
А.В. УГОЛЬНИКОВ, С.Г. ХРОНУСОВ
2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
<i>Лабораторная работа 1. Исследование однофазных электрических цепей синусоидального тока с последовательно соединенными элементами</i>	<i>16</i>
Цель работы.....	16
Общие сведения	16
Программа исследований.....	28
Опыт 1. Исследование цепи с катушкой индуктивности.....	28
Опыт 2. Исследование цепи с резистором и конденсатором	30
Опыт 3. Исследование цепи с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором.....	32
Содержание отчета по лабораторной работе 1	35
Контрольные вопросы	36
Расчетно-графическая работа 1	36
<i>Лабораторная работа 2. Исследование однофазных электрических цепей синусоидального тока с параллельно соединенными элементами</i>	<i>38</i>
Цель работы.....	38
Общие сведения	38
Программа исследований.....	46
Опыт 1. Исследование разветвленной цепи с резистором и катушкой индуктивности.....	46

Опыт 2. Исследование разветвленной цепи с резистором, катуш- кой индуктивности и конденсатором.....	49
Содержание отчета по лабораторной работе 2	51
Контрольные вопросы	52
Расчетно-графическая работа 2	53
Список литературы	55

Введение

Структура лабораторных работ по дисциплинам «Электротехника и электроника» и «Теоретические основы электротехники»:

- теоретическая часть;
- методические указания к выполнению лабораторной работы;
- расчетно-графическая работа (РГР).

Лабораторные работы выполняются в четыре этапа:

1. Подготовка к лабораторной работе.
2. Проведение экспериментов.
3. Оформление отчета.
4. Защита лабораторной работы.

Подготовка к лабораторной работе

Этот этап работы в основном определяет структуру и эффективность лабораторного занятия. При достаточной подготовке *студент может выполнить, оформить и защитить* лабораторную работу в течение одного занятия. Подготовка заключается в составлении «заготовки» отчета, предварительном ознакомлении с целью и содержанием лабораторной работы и изучении соответствующих теоретических вопросов.

«Заготовка» отчета должна содержать все разделы отчета, перечисленные в учебном пособии к лабораторной работе.

«Заготовку» рекомендуется выполнять аккуратно, с учетом требований, предъявляемых к отчету по лабораторной работе. Это позволит в короткие сроки окончательно оформить лабораторную работу и приступить к ее защите.

Проведение экспериментов

Эксперименты необходимо проводить под руководством преподавателя, *выполняя требования* Инструкций по технике безопасности и охране труда и *строго соблюдая* последовательность выполнения работы, изложенную в настоящем учебном пособии.

Примечания:

1. По окончании каждого опыта измеренные и вычисленные значения электрических величин следует *показать* преподавателю.

2. *К разборке* электрической схемы исследуемой цепи можно *приступить* только с *разрешения* преподавателя.

3. Векторные диаграммы необходимо строить в масштабе.

Рекомендуется выбирать масштаб, обеспечивающий минимальные размеры векторной диаграммы в пределах 40-45 мм.

4. Таблицы и текст отчета должны быть написаны чернилами или пастой черного, синего или фиолетового цвета, без помарок и исправлений или оформлены на компьютере.

5. Буквенные обозначения электрических величин и единицы измерений должны соответствовать стандарту [3].

Защита лабораторной работы

Лабораторную работу можно защищать:

– отвечая на вопросы, раскрывающие цель и содержание работы. Примерный перечень контрольных вопросов приведен в настоящем учебном пособии;

– по тестовым билетам;

– по правильно решенной и оформленной РГР, которая полностью раскрывает содержание лабораторной работы.

Измерительные приборы

Для успешного выполнения лабораторной работы необходимо правильно выбрать измерительные приборы и уметь ими пользоваться. *Измерительные приборы следует, учитывая при этом:*

1) род тока (постоянный или переменный ток);

2) назначение прибора (амперметр, вольтметр, ваттметр и т. п.);

3) пределы измерения электрической величины.

С целью уменьшения относительной погрешности измерений *рекомендуется* при выборе измерительного прибора выполнить условие:

$$A_{\text{из}} \geq (0,7-0,8) \cdot A_{\text{к}}$$

где $A_{\text{из}}$ и $A_{\text{к}}$ – соответственно значение величины и конечный предел шкалы измерительного прибора;

4) класс точности прибора (нормируемой наибольшей приведенной или относительной погрешности прибора).

В учебных целях можно использовать приборы с различным классом точности.

При проведении опытов, описанных в настоящем учебном пособии, используют щитовые (установлены на лабораторных стендах) и переносные измерительные приборы электромагнитной, электродинамической, электростатической и выпрямительной систем.

Условные обозначения на шкале измерительных приборов

-  — прибор предназначен для включения в цепь *только постоянного тока*;
-  — прибор предназначен для включения в цепь *только переменного тока*;
-  — прибор предназначен для включения в цепь переменного и постоянного тока;
-  — прибор электромагнитной системы;
-  — прибор электромагнитной системы;
-  — прибор электромагнитной системы;
-  — прибор электродинамической системы;
-  — прибор имеет металлический экран, защищающий измерительный механизм от влияния внешних магнитных полей;
-  — прибор должен устанавливаться под углом, например 60° к горизонтальной плоскости;
-  — прибор должен устанавливаться строго горизонтально;
-  — прибор должен устанавливаться строго вертикально.

В лабораторной работе используются *ваттметры электромагнитной системы*, измерительные механизмы которых *состоят из неподвижной токовой катушки* (обозначается на схеме линией удвоенной толщины) и *подвижной катушки напряжения* (обозначается на схеме тонкой линией). Каждая катушка имеет начало – генераторный зажим (обозначается *) и конец – выходной зажим (обозначается буквой или цифрой, например $U, I, 150 \text{ В}$).

Рекомендации по подключению ваттметра

1. Токовую катушку ваттметра подключают по аналогии с амперметром последовательно с нагрузкой цепи. При этом *ток должен проходить от начала к концу катушки*, согласно принятому направлению тока в исследуемой цепи.

2. Катушку напряжения ваттметра подключают, как и вольтметр, параллельно участку цепи, мощность которого измеряют, учитывая, что *генераторный зажим катушки напряжения должен быть соединен с генераторным зажимом токовой катушки прибора*.

Графические изображения измерительных приборов, регламентируемые стандартами [3], и примеры их подключения приведены на рис.1.

Мощность, измеренную ваттметром, подсчитывают по формуле

$$P = C_w \cdot N, \quad (1)$$

где C_w – постоянная ваттметра (цена деления);

N – число делений шкалы ваттметра, полученное при отсчете показаний прибора;

$$C_w = \frac{I_{w.H} \cdot U_{w.H}}{N_{w.H}}, \quad (2)$$

где $I_{w.H}$ и $U_{w.H}$ – номинальные (предельно допустимые) ток и напряжение ваттметра, приведены в паспорте или на шкале прибора;

$N_{w.H}$ – число мелких делений всей шкалы ваттметра.

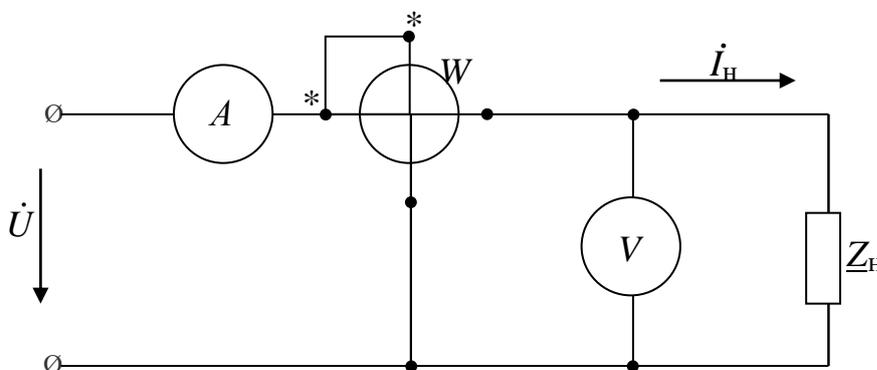


Рис. 1. Примеры подключения измерительных приборов:

A – амперметр; V – вольтметр; W – ваттметр

Пример. На шкале ваттметра приведены: $I_{w.H} = 5 \text{ A}$, $U_{w.H} = 150 \text{ В}$, $N_{w.H} = 75$.

Для этих условий $C_w = \frac{5 \cdot 150}{75} = 10 \text{ Вт/дел.}$

В приборах электромагнитной, электродинамической (кроме ваттметров) и электростатической систем шкалы неравномерные. Причем значительная неравномерность имеет место примерно на 15-20 % длины шкалы, считая ее от нулевой отметки, затем неравномерность уменьшается, а ближе к верхнему пределу шкалы прибора увеличивается снова.

Не рекомендуется проводить измерения электрических величин в начальной части шкалы прибора. С этой целью градуировка шкалы начинается с той ее части, которая имеет слабо-выраженную неравномерность. При этом, как правило, на шкале не указывается цена первого деления (рис. 2).

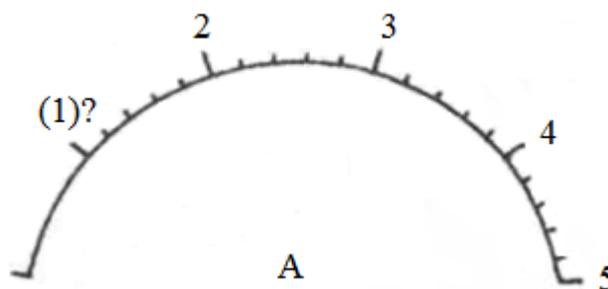


Рис. 2. Градуировка неравномерной шкалы амперметра

Следует помнить, что не указанная на шкале цена первого деления равна половине цены крупного ближайшего деления шкалы прибора (на рис. 2 цена первого деления указана в скобках).

Дисциплина «Электротехника и электроника» имеет специфическую терминологию и содержит понятия, которые целесообразно рассмотреть [1, 2].

Мгновенное значение электрического тока – значение электрического тока в рассматриваемый момент времени.

Периодический электрический ток – электрический ток, мгновенные значения которого повторяются через равные промежутки времени.

Переменный электрический ток – электрический ток, изменяющийся с течением времени по величине и направлению.

Синусоидальный электрический ток – периодический ток, изменяющийся во времени по синусоидальному закону.

Период электрического тока (T) – наименьший интервал времени, в течение которого мгновенное значение тока, изменяясь по значению и направлению, принимает свое первоначальное для данного отсчета значение. Для синусоидального тока период соответствует 2π радиан (или 360°).

Частота электрического тока (f) – величина, обратная периоду электрического тока, вычисляется по формуле, Гц:

$$f = \frac{1}{T}. \quad (3)$$

Угловая частота синусоидального электрического тока (ω) – скорость изменения фазы тока, с^{-1} :

$$\omega = 2\pi f. \quad (4)$$

Фаза синусоидального электрического тока – аргумент синусоидального тока. Например, в формуле $i = I_m \cdot \sin(\omega t + \psi_i)$ фазой тока является выражение $\omega t + \psi_i$.

Начальная фаза синусоидального электрического тока – значение фазы синусоидального тока в начальный момент времени. В приведенном выше примере начальной фазой является угол ψ_i .

По модулю и знаку начальной фазы определяют, какая из функций является опережающей, а это, в свою очередь, имеет существенное значение при исследовании электрических цепей.

Знак начальной фазы можно определить по знаку мгновенного значения функции при $t=0$, а **модуль** ее есть длина отрезка на оси абсцисс в масштабе аргумента функций, расположенного между началом координат и ближайшей к началу координат точкой, в которой функция, возрастая, пересекает ось абсцисс.

Пример: на рис. 3 приведены две функции тока:

$$i_1 = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_{i1});$$

$$i_2 = I_{m2} \sin(\omega t - \psi_{i2}),$$

мгновенные значения которых изменяются с периодом T .

При $t = 0$, $i_1 > 0$, $i_2 < 0$, следовательно, начальные фазы токов «+» ψ_{i1} и «-» ψ_{i2} (см. рис. 3).

Модули начальных фаз: для тока i_1 – отрезок 1-2; для тока i_2 – отрезок 2-3.

Период функций тока: T соответствует отрезку a_1-a_3 , (но не a_1-a_2 , хотя и $i_{a1}=i_{a2}$, так как в интервале a_1-a_2 функция не изменяла своего знака).

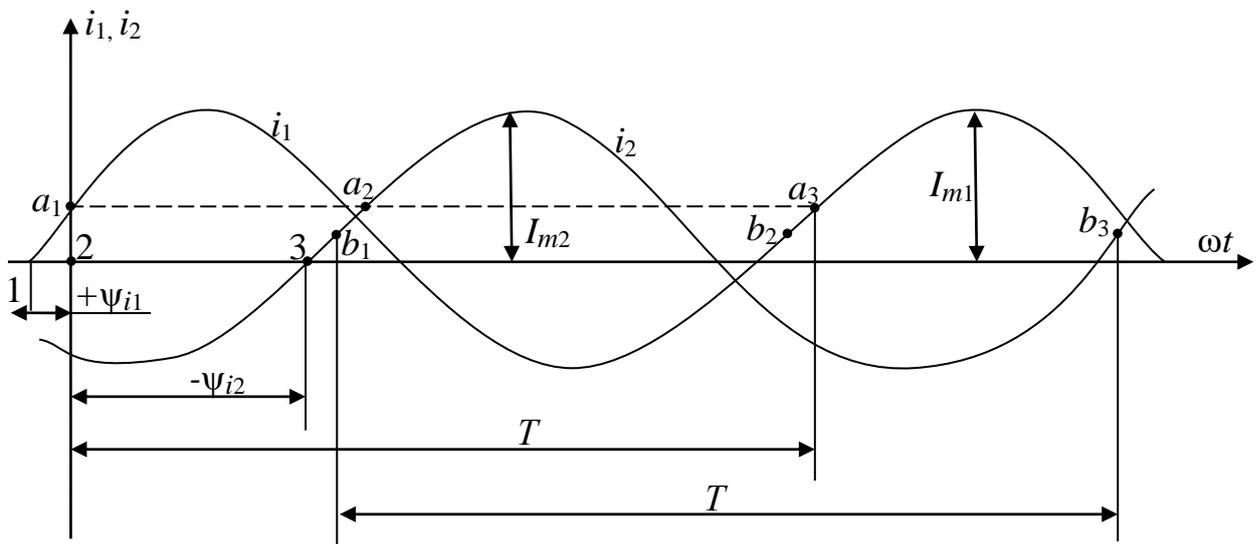


Рис. 3. К определению модуля и знака начальной фазы и периода тока

Действующий периодический электрический ток (I) – среднее квадратичное значение электрического тока за период, т. е. значение постоянного тока, выделяющего за период T на резисторе такое же количество тепла, что и периодический ток за тот же интервал времени. В общем виде

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (5)$$

Для синусоидального тока с начальной фазой ψ_i

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \psi_i) dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad (6)$$

где I_m – максимальное (амплитудное) значение синусоидального тока.

Для синусоидальных ЭДС и напряжений действующие значения можно записать:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}; U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (7)$$

Шкалы амперметров и вольтметров электромеханических систем градуируют в действующих значениях тока и напряжения.

Используя выражение (7), можно определить максимальные токи, ЭДС и напряжения исследуемых электрических цепей.

Угол сдвига фаз между напряжением и током (φ) – алгебраическая величина, определяемая путем вычитания начальной фазы тока из начальной фазы напряжения:

$$\varphi = \psi_u - \psi_i. \quad (8)$$

Электрическая цепь – совокупность элементов, образующих путь для электрического тока.

Элемент электрической цепи – отдельное устройство, входящее в состав электрической цепи и выполняющее в ней отдельную функцию.

Примеры:

Резистор – элемент, обладающий активным сопротивлением.

Конденсатор – элемент, обладающий реактивным емкостным сопротивлением.

Катушка индуктивности – элемент, обладающий активным и реактивным индуктивным сопротивлениями.

Участок электрической цепи – часть электрической цепи, содержащая определенную совокупность ее элементов.

Ветвь электрической цепи – участок электрической цепи, по которому протекает один и тот же ток.

Узел электрической цепи – место соединения трех и более ветвей электрической цепи.

Синусоидальные функции можно изобразить на плоскости временными и векторными диаграммами.

Временные диаграммы наглядно показывают процессы изменения во времени мгновенных значений физических величин и могут быть построены в одной системе координат для функций с различными частотами, но требуют выполнения значительного объема графических работ.

Пример построения временных диаграмм синусоидального тока приведен на рис. 3.

Векторные диаграммы просты в построении, но в то же время они не дают наглядного представления о процессах изменения физических величин и могут быть построены в одной системе координат только для функций, имеющих одинаковую частоту.

Векторные диаграммы строят на комплексной плоскости.

В электротехнике широко используют диаграммы – метод комплексных чисел (символический метод).

Комплексная плоскость – плоскость, проходящая через две взаимно перпендикулярные оси – вещественную и мнимую.

Реальные синусоидальные функции можно заменить соответствующими символами, в качестве которых используются комплексные числа.

Расчет производится в комплексной форме записи. Результаты расчета переводятся обратно в синусоидальную функцию времени.

Например, функцию $a=A_m\sin(\omega t+\psi_a)$ можно представить вектором \underline{A}_m , вращающимся с угловой частотой $\omega=\text{const}$ от точки, формирующей начальную фазу ψ_a (рис. 4).

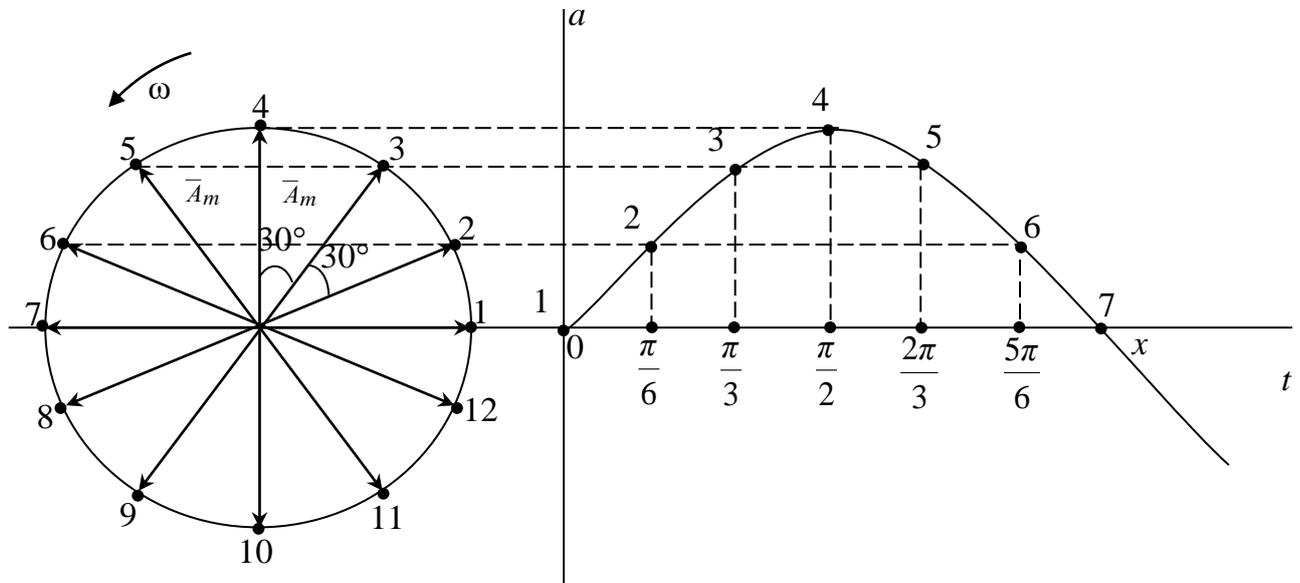


Рис. 4. Изображение синусоидальной величины a в виде вектора \underline{A}

В комплексной форме записи эта функция будет выглядеть так:

$$\underline{A} = A_m e^{j(\omega t + \psi_a)},$$

при $t=0$, $\omega t=0$, $\underline{A} = A_m e^{j\psi_a}$ – показательная форма записи комплексного числа.

Также комплексное число можно представлять в алгебраической форме записи:

$$\underline{A} = A' + jA''$$

и тригонометрической форме записи:

$$\underline{A} = A(\cos \psi_a + j \sin \psi_a),$$

где j – мнимая единица, $j = \sqrt{-1}$;

$A' = A \cos \psi_a$ – вещественная (действительная) часть комплексного числа;

$A'' = A \sin \psi_a$ – мнимая часть;

$A = \sqrt{(A')^2 + (A'')^2}$ – модуль комплексного числа;

$\psi_a = \operatorname{arctg} \frac{A''}{A'}$ – аргумент комплексного числа;

e – основание натурального логарифма, $e^{j\psi_a} = \cos \psi_a + j \sin \psi_a$.

Любое комплексное число можно изобразить вектором на комплексной плоскости (рис. 5).

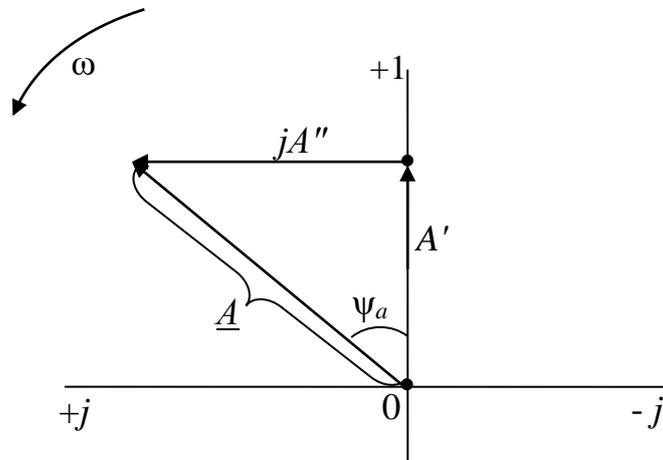


Рис. 5. Изображение комплексного числа на плоскости

Сопряженное комплексное число – это комплексное число с противоположным знаком при мнимой части.

Если комплексное число имеет вид $\underline{A} = A' + jA''$, сопряженное комплексное число – $\underline{A}^* = A' - jA''$ (рис. 6).

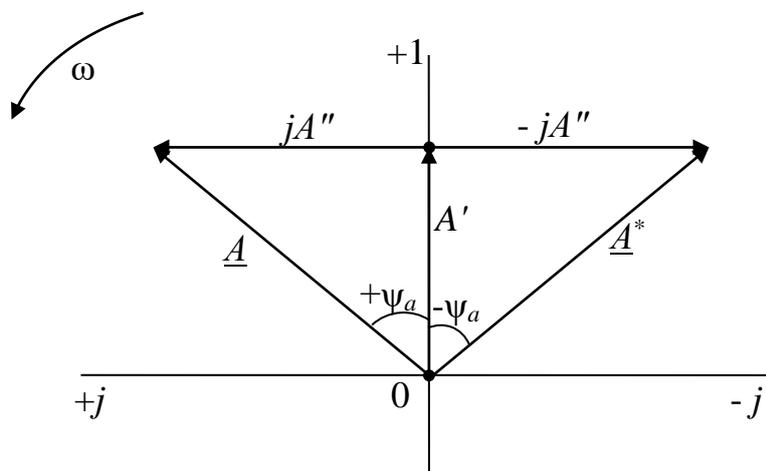


Рис. 6. Изображение комплексного числа и сопряженного ему комплексного числа

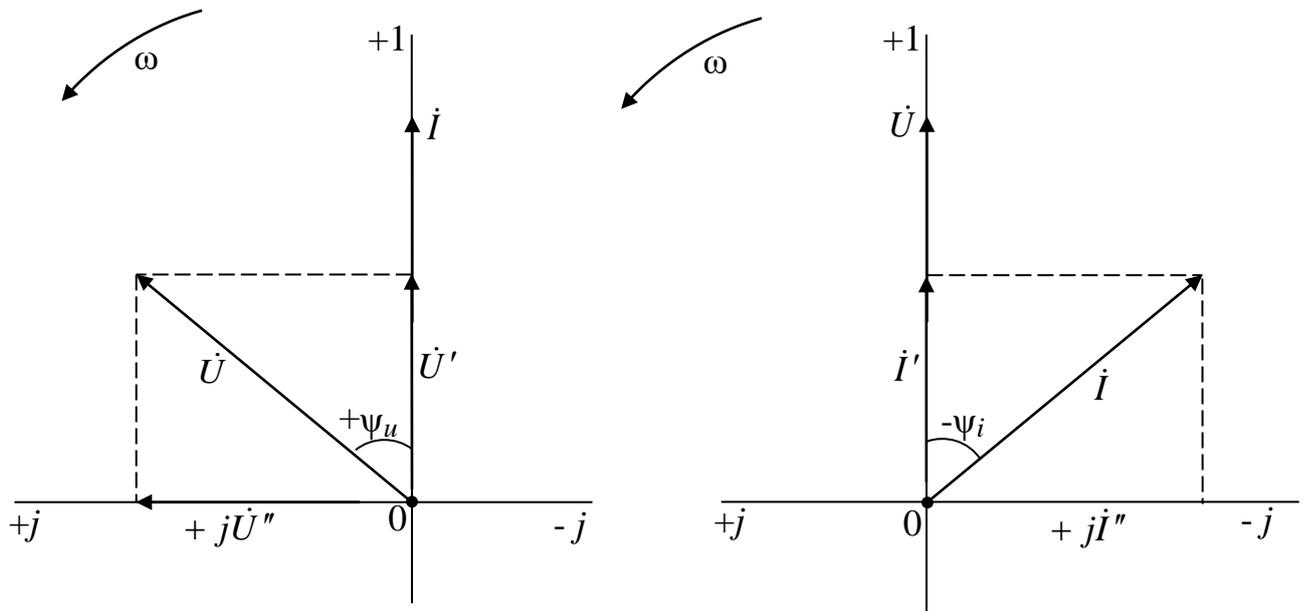


Рис. 7. Изображение тока и напряжения на комплексной плоскости

Пример построения векторов комплексов действующих напряжения и тока однофазной цепи, заданных уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= U \cdot e^{+j\psi_a} = U' + jU''; \\ \dot{I} &= I \cdot e^{-j\psi_a} = I' - jI'', \end{aligned} \quad (9)$$

где U' и U'' , I' и I'' – соответственно вещественные и мнимые части комплексов действующих напряжения и тока (рис. 7).

Лабораторная работа 1

Исследование однофазных электрических цепей синусоидального тока с последовательно соединенными элементами

Цель работы

Научиться *соединять последовательно* резисторы, катушки индуктивности и конденсаторы и *подключать приборы* для измерения тока, напряжения и мощности в однофазных неразветвленных цепях.

Научиться *определять параметры* электрической цепи косвенным методом с последовательно соединенными элементами и *строить* на комплексной плоскости *топографические диаграммы* напряжений, сопротивлений и мощностей.

Общие сведения

Последовательное соединение участков (элементов) электрической цепи есть соединение, при котором через каждый участок (по каждому элементу) проходит один и тот же ток.

В данной лабораторной работе предлагается исследовать электрические цепи, содержащие реальную катушку индуктивности, резистор и конденсатор.

На первом этапе расчета электрической цепи реальная цепь заменяется эквивалентной электрической схемой замещения.

Электрическая схема замещения составляется по комплексному полному сопротивлению, записанному в алгебраической форме.

При составлении схемы замещения используются три идеальных элемента.

Резистивный:

$$\underline{Z}_R = R .$$

Индуктивный:

$$\underline{Z}_L = jX_L .$$

Емкостной:

$$\underline{Z}_C = -jX_C .$$

Поскольку в курсе электротехники расчеты электрических цепей, как правило, приводятся с записью тока, напряжения, сопротивлений и мощности в комплексной форме, целесообразно при обработке результатов измерений электрических величин и построении соответствующих диаграмм использовать комплексную форму записи этих величин и строить диаграммы на комплексной плоскости.

Цепь переменного тока с реальной катушкой индуктивности

Реальная катушка индуктивности обладает активным (R_K) и индуктивным (X_L) сопротивлениями [4].

Комплекс полного сопротивления катушки индуктивности в алгебраической и показательной формах записи:

$$\underline{Z}_K = R_K + jX_L = Z_K \cdot e^{j\varphi_K}, \quad (1.1)$$

где R_K и X_L – модули вещественной и мнимой частей комплекса полного сопротивления катушки индуктивности, Ом.

Модуль полного сопротивления катушки индуктивности и угол φ_K вычисляются по формулам:

$$Z_K = \sqrt{R_K^2 + X_L^2}, \quad \varphi_K = \arctg \frac{X_L}{R_K}. \quad (1.2)$$

$$\text{При этом} \quad X_L = 2\pi fL = \omega L, \quad (1.3)$$

где $f = 50$ Гц – частота напряжения источника питания (сети);

L – индуктивность катушки, Гн.

Если катушку индуктивности подключить к источнику однофазного синусоидального напряжения U (рис.1.1), то по катушке пройдет ток I , а на ее активном и индуктивном сопротивлениях появятся падения напряжения, действующие значения которых $U_{ка}$ и U_L .

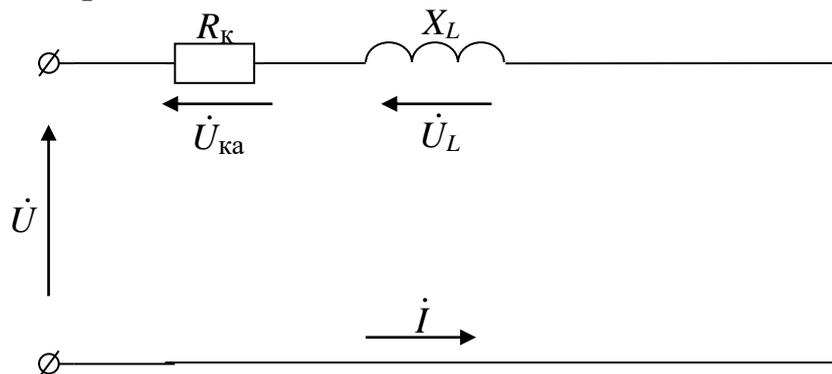


Рис.1.1. К расчету цепи с реальной катушкой индуктивности

Начальная фаза тока цепи ψ_i может иметь различные значения. Поэтому комплекс действующего тока цепи находят из выражения

$$\dot{I} = I \cdot e^{\pm j \cdot \psi_i},$$

где I – модуль комплекса действующего тока цепи.

Приняв $\psi_i=0$, получают равенство

$$\dot{I} = I,$$

используя которое, можно упростить уравнения комплексов действующего напряжения (\dot{U}_K) и полной мощности (\underline{S}_K) катушки, записав их в следующем виде:

$$\dot{U}_K = U_{ка} + jU_L = U_K \cdot e^{j\varphi_K}; \quad (1.4)$$

$$\underline{S}_K = P_K + jQ_L = S_K \cdot e^{j\varphi_K}. \quad (1.5)$$

Модули комплексов U_K и S_K вычисляют по формулам:

$$U_K = \sqrt{U_{ка}^2 + U_L^2}; \quad (1.6)$$

$$S_K = \sqrt{P_K^2 + Q_L^2}, \quad (1.7)$$

где P_K и Q_L – активная (Вт) и реактивная индуктивная (В·Ар) мощности катушки. Указанные величины находят из выражений:

$$U_{ка} = I \cdot R_K; \quad (1.8)$$

$$U_L = I \cdot X_L; \quad (1.9)$$

$$P_K = I^2 \cdot R_K; \quad (1.10)$$

$$Q_L = I^2 \cdot X_L. \quad (1.11)$$

Примечание. Правильность расчетов, выполненных по формулам (1.6) и (1.7), можно проверить, используя уравнения:

$$U_K = I \cdot Z_K; \quad (1.12)$$

$$S_K = I^2 \cdot Z_K = I \cdot U_K. \quad (1.13)$$

Коэффициент активной мощности катушки вычисляют по формуле

$$\cos\varphi_K = \frac{R_K}{Z_K} = \frac{U_{ка}}{U_K} = \frac{P_K}{S_K}, \quad (1.14)$$

где φ_K – угол сдвига фаз между напряжением и током катушки.

Диаграммы комплексов \underline{Z} , \dot{U}_K и \underline{S}_K приведены на рис. 1.2.

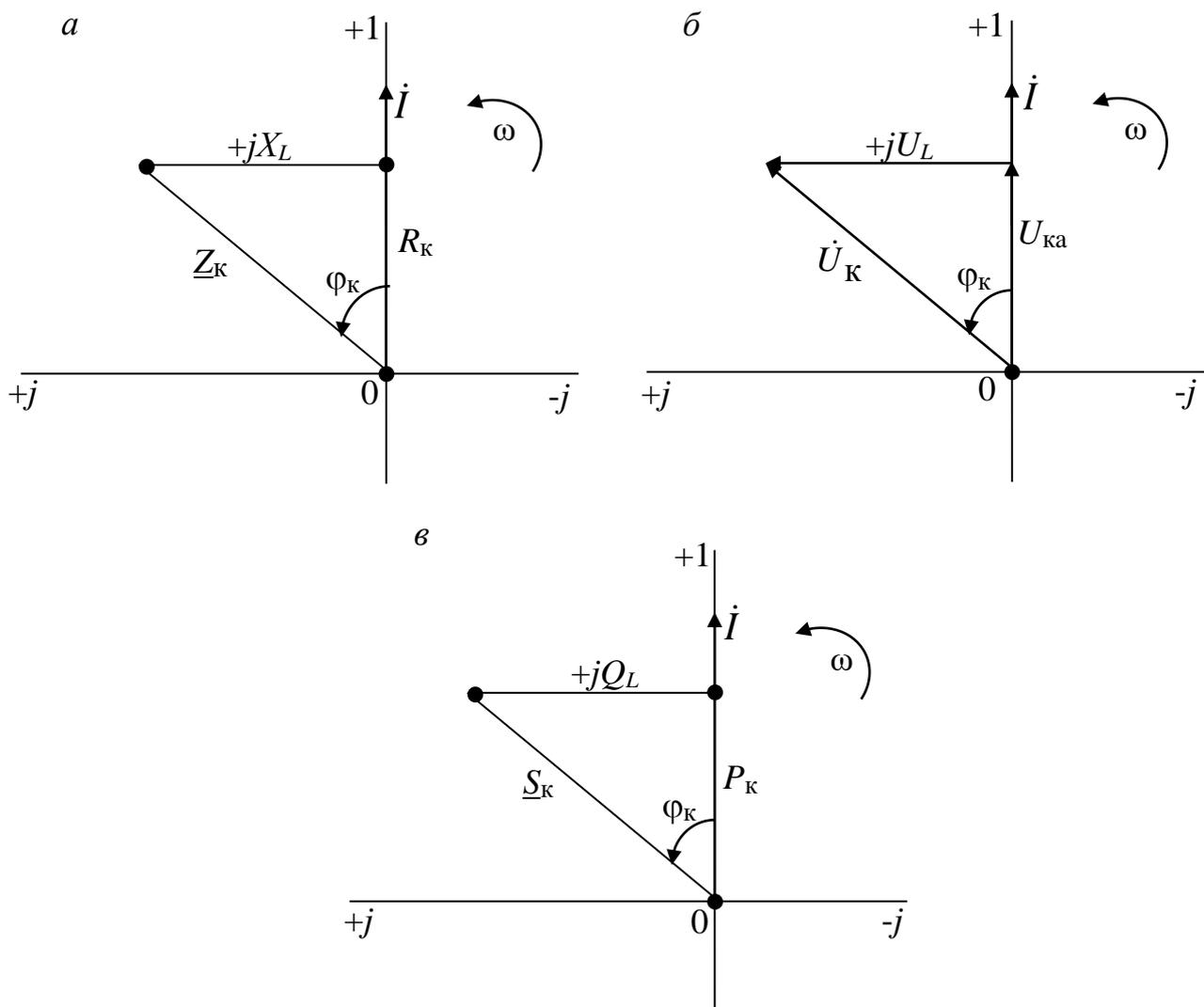


Рис. 1.2. Диаграмма сопротивлений (а), векторная диаграмма напряжений (б) и диаграмма мощностей (в) катушки индуктивности

В цепи с реальной катушкой индуктивности:

– Полное напряжение катушки опережает ток, протекающий по ней, на угол φ_K .

– Вектор падения напряжения на активном сопротивлении катушки совпадает с вектором тока по направлению, а на индуктивном сопротивлении – опережает вектор тока катушки на угол $\pi/2$.

– Из сети потребляется активная энергия (расходуется на нагрев катушки) и реактивная энергия (используется для создания магнитного поля катушки). Коэффициент мощности меньше единицы.

Цепь переменного тока с идеальным конденсатором и резистором

Идеальный конденсатор не имеет токов утечки, т. е. его заряд после отключения конденсатора от сети практически не уменьшается в течение длительного времени [1, 4].

Комплекс полного сопротивления идеального конденсатора находится из выражения:

$$\underline{Z}_C = -jX_C, \quad (1.15)$$

где X_C – емкостное сопротивление конденсатора, Ом.

Реальный конденсатор при $f=50$ Гц $\underline{Z}_C = R_C - jX_C \approx -jX_C$, так как $R_C \ll X_C$.

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{\omega C}, \quad (1.16)$$

где C – емкость конденсатора, Ф.

При подключении конденсатора C последовательно с резистором R к источнику синусоидального напряжения U (рис. 1.3) в цепи появляются ток и падения напряжения на активном и емкостном элементах, действующие значения которых I , U_R и U_C .

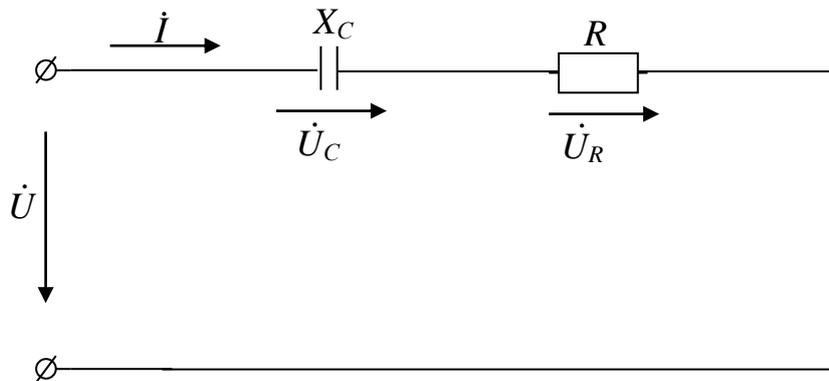


Рис. 1.3. К расчету цепи с резистором и конденсатором

При $\psi_i = 0$ уравнения комплексов полного сопротивления, действующего напряжения и полной мощности цепи, приведенной на рис. 1.3, в алгебраической и показательной формах принимают вид:

$$\underline{Z} = R - jX_C = Z \cdot e^{-j\varphi}; \quad (1.17)$$

$$\dot{U} = U_R - jU_C = U \cdot e^{-j\varphi}; \quad (1.18)$$

$$\underline{S} = P - jQ_C = S \cdot e^{-j\varphi}. \quad (1.19)$$

Модули комплексов электрических величин вычисляются по формулам:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}; \quad (1.20)$$

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2};$$

(1.21)

$$S = \sqrt{P^2 + Q_C^2}, \quad (1.22)$$

где P и Q_C – активная (Вт) и реактивная (В·Ар) мощности цепи;

$$U_R = I \cdot R; \quad (1.23)$$

$$U_C = I \cdot X_C; \quad (1.24)$$

$$P = I^2 \cdot R; \quad (1.25)$$

$$Q_C = I^2 \cdot X_C; \quad (1.26)$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{P}{S}, \quad (1.27)$$

где φ – угол сдвига фаз напряжения и тока цепи.

Примечание. Правильность вычисления значений U и S по формулам (1.21) и (1.22) можно проверить, определив эти величины из выражений:

$$U = I \cdot Z; \quad (1.28)$$

$$S = I^2 \cdot Z = I \cdot U. \quad (1.29)$$

Диаграмму сопротивлений и векторную диаграмму напряжений и диаграмму мощностей цепи строят аналогично соответствующим диаграммам катушки индуктивности:

записывают комплексы \underline{Z} , \underline{U} и \underline{S} в алгебраической форме;

ориентируют вектор тока \underline{I} по оси «+1»;

откладывают вещественные и мнимые части комплексов электрических величин в принятом масштабе по соответствующим осям координат с учетом их знаков.

Диаграммы приведены на рис.1.4.

В цепи с резистором и конденсатором:

– приложенное напряжение отстает от тока, протекающего в цепи, на угол φ ;

– напряжение на резисторе совпадает с током по направлению, а на конденсаторе – отстает от тока, протекающего по нему, на угол $\pi/2$;

– из сети потребляется активная энергия для нагрева резистора и реактивная энергия для создания электрического поля

конденсатора. Коэффициент мощности меньше единицы.

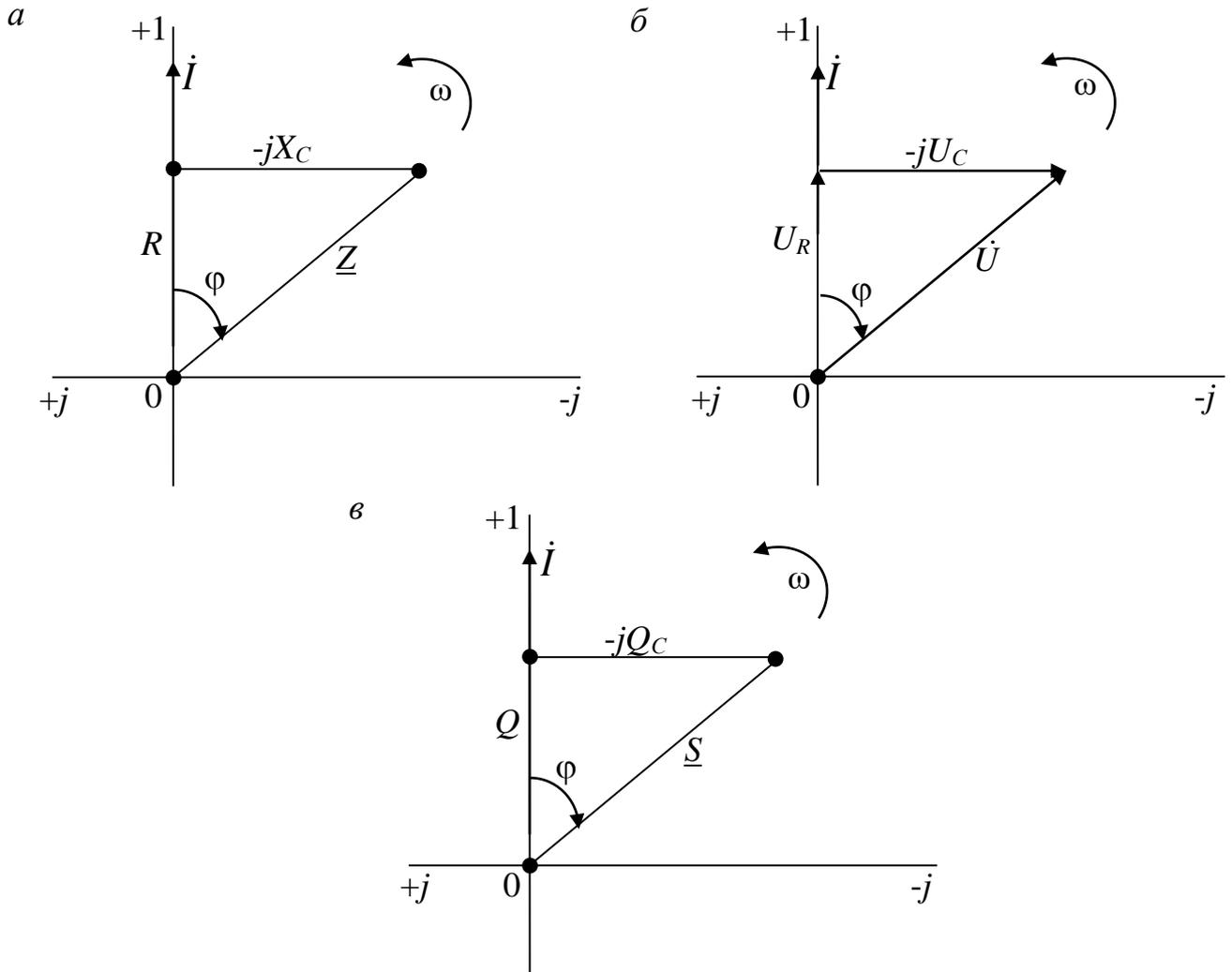


Рис. 1.4. Диаграмма сопротивлений (а), векторная диаграмма напряжений (б) и диаграмма мощностей (в) цепи с резистором и конденсатором

Цепь с резистором, конденсатором и катушкой индуктивности

Последовательно соединенные резистор R , конденсатор C и реальная катушка индуктивности Z_K подключены к источнику синусоидального напряжения U (рис.1.5). По элементам цепи протекает ток и возникает падение напряжения U_R , $U_{ка}$ и U_L , U_C .

Если по аналогии с изложенным ранее допустить, что $\psi_i = 0$, то комплексы полного сопротивления, напряжения и мощности цепи в алгебраической и показательной формах можно записать:

$$\underline{Z} = R + (R_K + jX_L) - jX_C = Z \cdot e^{j\varphi}; \quad (1.30)$$

$$\dot{U} = U_R + (U_{ка} + jU_L) - jU_C = U \cdot e^{j\varphi}; \quad (1.31)$$

$$\underline{S} = P_R + (P_K + jQ_L) - jQ_C = S \cdot e^{j\varphi}. \quad (1.32)$$

Модули полного сопротивления, напряжения и мощности цепи можно вычислить по формулам:

$$Z = \sqrt{(R + R_K)^2 + (X_L - X_C)^2}; \quad (1.33)$$

$$U = \sqrt{(U_R + U_{ка})^2 + (U_L - U_C)^2}; \quad (1.34)$$

$$S = \sqrt{(P_R + P_K)^2 + (Q_L - Q_C)^2}. \quad (1.35)$$

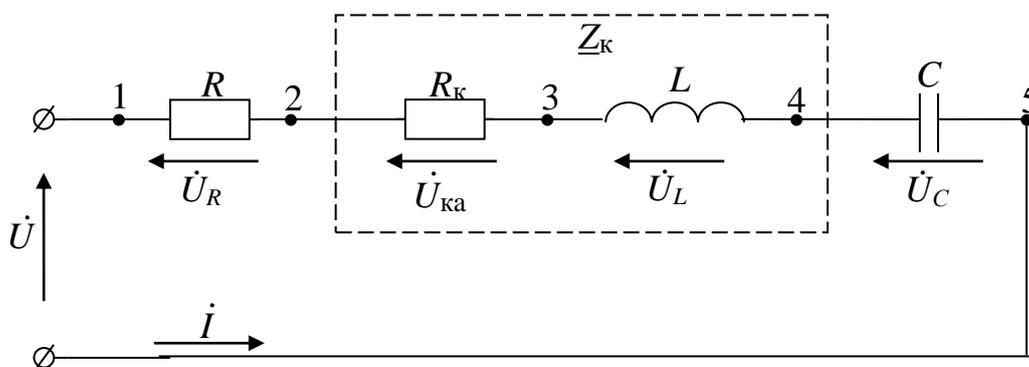


Рис. 1.5. К расчету цепи с последовательно соединенными элементами R , Z_K , C

Из уравнений (1.8)-(1.11), (1.23)-(1.26) можно найти значения величин, входящих в формулы (1.30)-(1.35), и по формулам (1.28) и (1.29) проверить правильность выполнения расчетов.

Коэффициент активной мощности исследуемой электрической цепи вычисляют по формуле:

$$\cos\varphi = \frac{R + R_K}{Z} = \frac{U_R + U_{ка}}{U} = \frac{P_R + P_K}{S}, \quad (1.36)$$

Построение диаграмм сопротивлений, напряжений и мощности для цепи, приведенной на рис.1.5, производят в той же последовательности, что и для рассмотренных ранее цепей. При этом возможны три режима цепи, определяемые характером ее нагрузки:

1. $X_L > X_C$ – напряжение, приложенное к цепи, опережает ток, проходящий по ней, на угол φ (нагрузка активно-индуктивная).

Процессы в такой цепи аналогичны процессам в цепи с реальной катушкой индуктивности. Отличие заключается в том, что в цепи есть конденсатор, а следовательно, реактивная энергия электрического поля конденсатора используется для создания магнитного поля катушки.

Но поскольку $X_L > X_C$, этой энергии недостаточно для создания магнитного поля катушки индуктивности заданной величины. Недостающая реактивная энергия потребляется из сети.

Построение диаграммы осуществляется в последовательности, указанной нумерацией точек 1-2-3-4-5.

В результате получены треугольники сопротивления и мощности цепи, точки 1-3-5 (рис. 1.6).

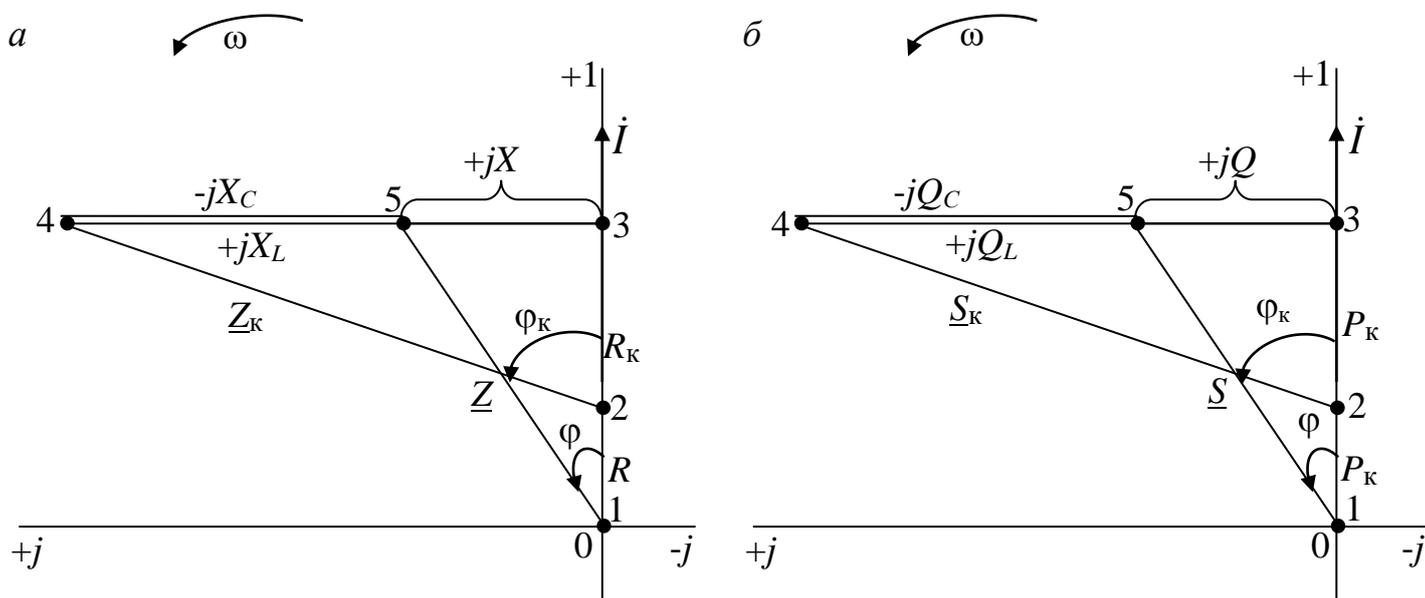


Рис. 1.6. Диаграммы сопротивлений (а) и мощностей (б) цепи с R , C и L при $X_L > X_C$

Для цепей с последовательно соединенными элементами принято строить топографическую диаграмму напряжений.

Топографическая диаграмма напряжений является векторной диаграммой, по которой можно определить значение напряжения на любом участке данной цепи (аналогия с топографической картой).

Все диаграммы напряжений строят с учетом того, что центр координат плоскости должен иметь наименьший потенциал. В цепях переменного тока элемент с наименьшим потенциалом определяют в соответствии с принятым направлением тока. Этот элемент является последним при обходе цепи по направлению тока.

Построение топографической диаграммы напряжений рекомендуется осуществлять в следующей последовательности:

- пронумеровать точки соединения элементов цепи по направлению тока, начиная с вводного зажима;

– составить в комплексной алгебраической форме уравнение действующего напряжения, приложенного к исследуемой цепи, записывая напряжения элементов цепи согласно их нумерации;

– построить из начала координат вектор напряжения элемента цепи, имеющего наименьший потенциал (элемент с наименьшим номером);

– продолжить построение диаграммы, последовательно приближаясь к последнему элементу, потенциал входного зажима которого и будет определять напряжение, приложенное к цепи (рис. 1.7).

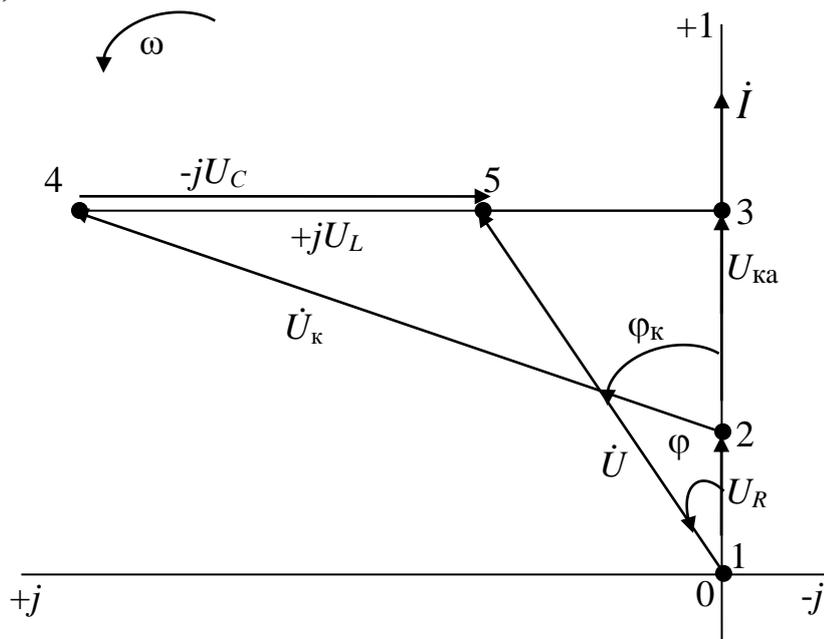


Рис. 1.7. Векторная топографическая диаграмма напряжений

2. $X_L < X_C$ – напряжение, приложенное к цепи, отстает от тока цепи на угол φ (нагрузка активно-емкостная).

Процессы в этой цепи аналогичны процессам в цепи с резистором и конденсатором. Отличие заключается в том, что часть энергии электрического поля конденсатора идет на создание магнитного поля катушки заданной величины, а остальная часть энергии отдается в сеть, т. е. возникает избыток реактивной энергии в рассматриваемой цепи.

Диаграмма сопротивлений, диаграмма напряжений и диаграмма мощностей для данного режима цепи приведены на рис. 1.8.

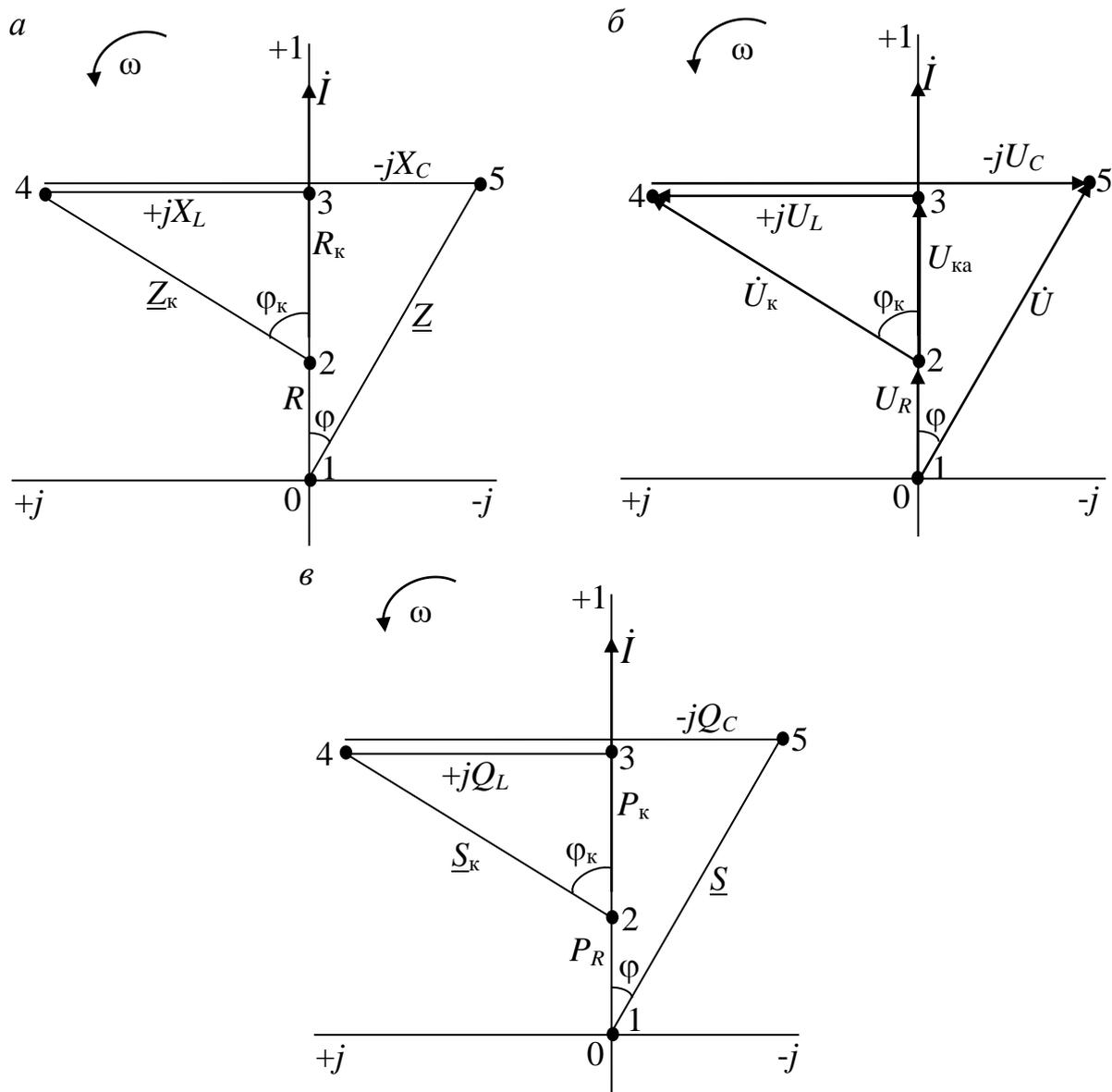


Рис.1.8. Диаграмма сопротивлений (а), топографическая диаграмма напряжений (б), диаграмма мощностей (в) цепи с R , C и L при $X_L < X_C$

3. $X_L = X_C$ – при равенстве индуктивных и емкостных сопротивлений в этой цепи возникает резонанс напряжений ($\varphi = 0$):

$$\begin{aligned}
 \underline{Z} &= R_{\Sigma}; \\
 \underline{U} &= U_{\Sigma \text{ акт}}; \\
 \underline{S} &= P_{\Sigma}; \\
 \cos \varphi &= 1.
 \end{aligned}
 \tag{1.37}$$

При резонансе напряжений:

Из сети потребляется только активная энергия на нагрев ее элементов. Коэффициент мощности равен единице; возникает незатухающий колебательный процесс обмена энергией между электрическими и магнитными полями конденсатора и катушки индуктивности [1, 2, 4].

Диаграммы сопротивлений, напряжений и мощности цепи при резонансе напряжений приведены на рис. 1.9.

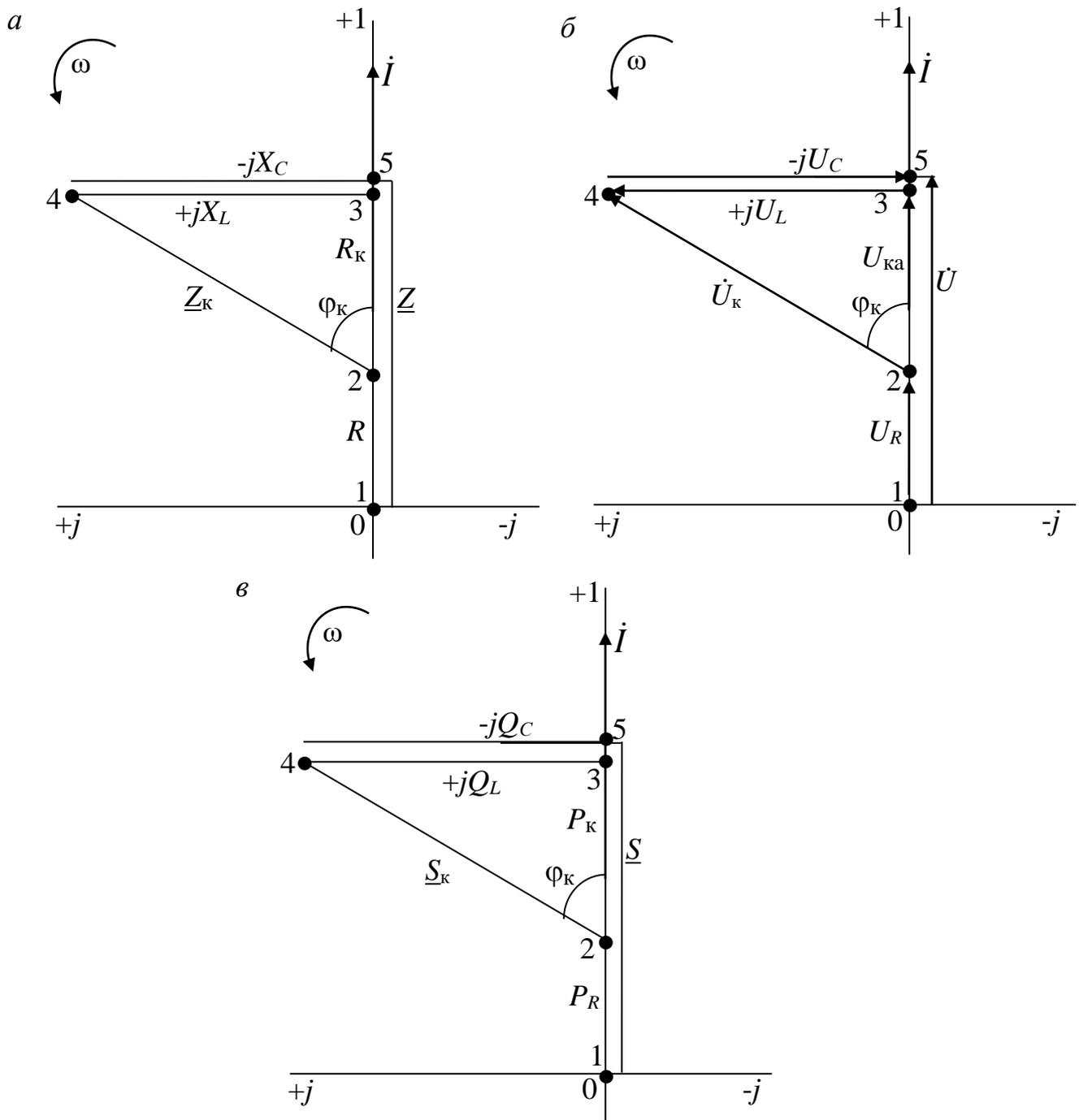


Рис. 1.9. Диаграмма сопротивлений (а), топографическая диаграмма напряжений (б), диаграмма мощностей (в) цепи с R , C и L при $X_L = X_C$

Программа исследований

Необходимо провести три опыта: с катушкой индуктивности; с резистором и конденсатором; с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором. Рекомендуется собрать схему, приведенную на рис. 1.10.

Опыт 1. Исследование цепи с катушкой индуктивности

Последовательность выполнения работ:

1. Собрать схему опыта 1, приведенную на рис.1.10, включить автоматический выключатель источника питания (блок 4).

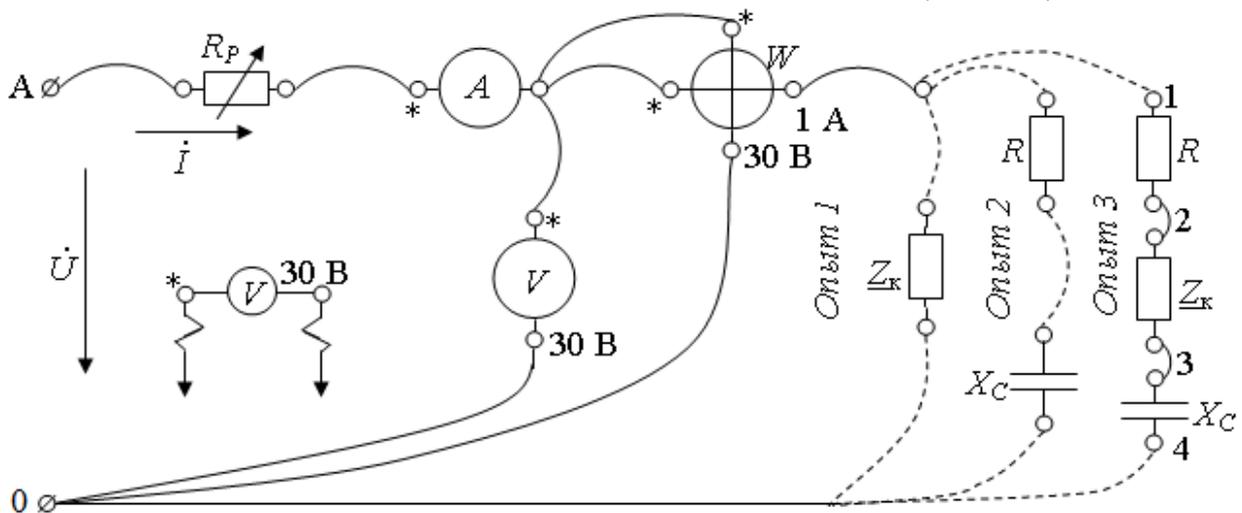


Рис. 1.10. Схема для исследования цепи с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором

Примечание. Регулировочный реостат R_p , амперметр A , вольтметр V , ваттметр W , катушку индуктивности Z_k (резистор R и конденсатор C в опыте 2) следует подбирать по указанию преподавателя.

2. Установить регулировочным реостатом R_p ток цепи, рекомендуемый преподавателем и измеренные величины I , U_k и P_k записать в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Показания измерительных приборов

Измерено		
ток цепи I , А	напряжение на катушке индуктивности U_k , В	активная мощность катушки индуктивности P_k , Вт

3. Вычислить для катушки индуктивности:
 полное сопротивление Z_k , используя формулу (1.12);
 активное сопротивление R_k , используя формулу (1.10);
 индуктивное сопротивление X_L , используя формулу (1.2);
 активную составляющую напряжения $U_{ка}$ – по формуле (1.8);
 индуктивную составляющую напряжения U_L – по формуле (1.9);
 реактивную мощность Q_L – по формуле (1.11);
 полную мощность S_k – по формуле (1.7);
 коэффициент мощности $\cos\varphi_k$ – по формуле (1.14), проверив все три соотношения.
 Результаты вычислений записать в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Параметры электрической цепи с реальной катушкой индуктивности

Вычислено							
$R_k, \text{ Ом}$	$X_L, \text{ Ом}$	$Z_k, \text{ Ом}$	$U_{ка}, \text{ В}$	$U_L, \text{ В}$	$Q_L, \text{ В}\cdot\text{Ар}$	$S_k, \text{ В}\cdot\text{А}$	$\cos\varphi_k$

4. Составить в алгебраической и показательной формах записи уравнения комплексов величин \underline{Z}_k , \underline{U}_k и \underline{S}_k , используя уравнения (1.1), (1.4), (1.5).

5. Построить в масштабе диаграмму сопротивлений, векторную диаграмму напряжений и диаграмму мощности для катушки индуктивности (см. рис. 1.2).

6. Сформулировать краткие выводы по результатам исследований, в которых описать процесс потребления электрической энергии и показать влияние индуктивного характера нагрузки на угол сдвига фаз между напряжением и током цепи.

7. Нарисовать схему эксперимента для отчета по лабораторной работе (рис. 1.11).

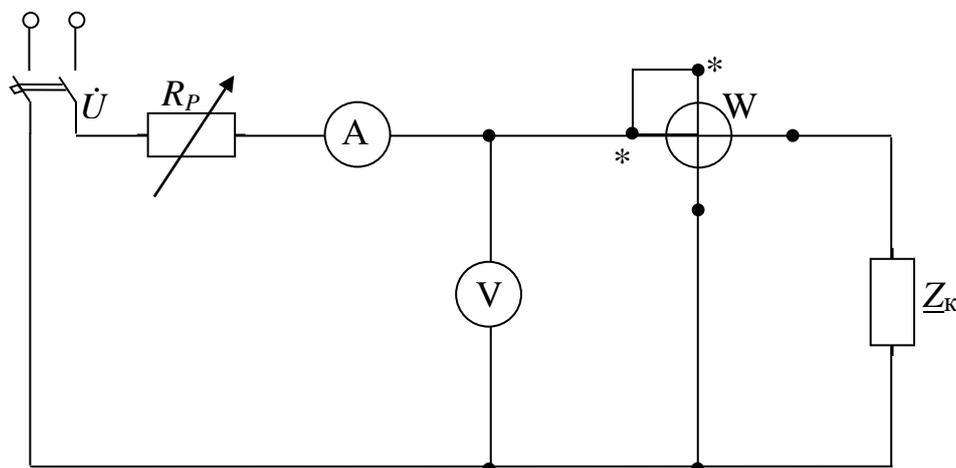


Рис. 1.11. Принципиальная схема для исследования цепи с катушкой индуктивности

Опыт 2. Исследование цепи с резистором и конденсатором

Последовательность выполнения работ:

1. Собрать схему опыта 2, приведенную на рис. 1.10, включить автоматический выключатель источника питания (блок 4).

2. Установить регулировочным реостатом R_P заданный преподавателем ток цепи и измеренные величины I , U и P . Результаты вычислений записать в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Показания измерительных приборов

Измерено		
ток цепи I , А	напряжение, подведенное к исследуемой цепи U , В	активная мощность P , Вт

3. Вычислить для цепи R - C :

- полное сопротивление $Z = \frac{U}{I}$;
- сопротивление резистора R , используя формулу (1.25);
- емкостное сопротивление конденсатора X_C , используя формулу (1.20);
- активную составляющую напряжения U_R по формуле (1.23);
- емкостную составляющую напряжения U_C – по формуле (1.24);
- емкостную мощность Q_C – по формуле (1.26);

- полную мощность S – по формуле (1.22);
- коэффициент активной мощности $\cos\varphi$ – по формуле (1.27).

Результаты вычислений записать в табл. 1.4.

Таблица 1.4

Параметры электрической цепи с резистором и конденсатором

Вычислено							
$R, \text{ Ом}$	$X_C, \text{ Ом}$	$Z, \text{ Ом}$	$U_R, \text{ В}$	$U_C, \text{ В}$	$Q_C, \text{ В}\cdot\text{Ар}$	$S, \text{ В}\cdot\text{А}$	$\cos\varphi$

4. Составить в алгебраической и показательной формах уравнения комплексов величин \underline{Z} , \underline{U} и \underline{S} , используя уравнения (1.17) - (1.19).

5. Построить на комплексной плоскости диаграмму сопротивлений, топографическую диаграмму напряжений и диаграмму мощности для цепи R - C (см. рис. 1.4).

6. Сформулировать краткие выводы по результатам исследований, раскрыв в них влияние емкостной нагрузки на режим электропотребления и сдвиг фаз напряжения и тока цепи.

7. Нарисовать схему эксперимента для отчета по лабораторной работе (рис. 1.12).

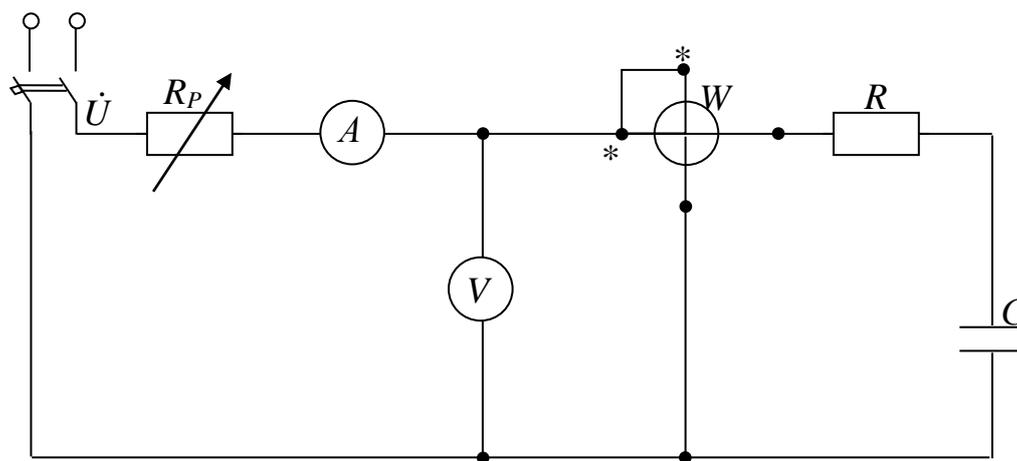


Рис. 1.12. Схема для исследования цепи с резистором и конденсатором

Опыт 3. Исследование цепи с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором

Последовательность выполнения работ:

1. Собрать схему опыта 3, приведенную на рис. 1.10, включить автомат источника (блок 4).

2. Установить регулировочным реостатом R_P заданный преподавателем ток цепи.

3. Измерить вольтметром напряжения на резисторе $U_R (U_{1-2})$, катушке индуктивности $U_K (U_{2-3})$, конденсаторе $U_C (U_{1-4})$ и на зажимах всей цепи $U (U_{1-4})$; измерить ток I и активную мощность цепи P .

Результаты записать в табл. 1.5.

Таблица 1.5

Показания измерительных приборов

Измерено					
ток цепи I, A	напряжение				активная мощность цепи $P, Вт$
	на резисторе $U_R, В$	на катушке индуктивности $U_K, В$	на конденсаторе $U_C, В$	цепи $U, В$	

4. Вычислить для цепи $R-L-C$ все электрические величины, перечисленные в табл. 1.6, используя формулы из опыта 1, 2, 3; а так же сопротивление резистора:

$$R = \frac{U_R}{I}; \quad (1.38)$$

активную мощность резистора:

$$P_R = I^2 \cdot R; \quad (1.39)$$

активное сопротивление всей цепи:

$$R_{\Sigma} = \frac{P}{I^2}; \quad (1.40)$$

активное сопротивление катушки индуктивности:

$$R_K = R_{\Sigma} - R; \quad (1.41)$$

полное сопротивление катушки индуктивности Z_K , используя формулу (1.12);

индуктивное сопротивление катушки индуктивности X_L , используя формулу (1.2);

емкостное сопротивление конденсатора:

$$X_C = \frac{U_C}{I}; \quad (1.42)$$

реактивное сопротивление цепи:

$$X = X_L - X_C; \quad (1.43)$$

полное сопротивление цепи:

$$Z = \sqrt{R_{\Sigma}^2 + X^2}; \quad (1.44)$$

активную мощность катушки индуктивности:

$$P_k = P - P_R; \quad (1.45)$$

индуктивную мощность катушки индуктивности Q_L – по формуле (1.11);

емкостную мощность конденсатора Q_C – по формуле (1.26);

реактивную мощность:

$$Q = Q_L - Q_C; \quad (1.46)$$

полную мощность цепи:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}; \quad (1.47)$$

коэффициент активной мощности цепи $\cos\varphi$ – по формуле (1.36), проверив все три соотношения.

Результаты вычислений записать в табл. 1.6.

Таблица 1.6

Параметры электрической цепи с резистором, конденсатором и реальной катушкой индуктивности

Элемент	Параметр	Единица измерения	Результат расчета
Резистор	R	Ом	
	P_R	Вт	
Конденсатор	X_C	Ом	
	Q_C	В·Ар	
Катушка индуктивности	R_k	Ом	
	Z_k	Ом	
	X_L	Ом	
	$U_{ка}$	В	
	U_L	В	
	P_k	Вт	

Элемент	Параметр	Единица измерения	Результат расчета
Катушка индуктивности	Q_L	В·Ар	
	S_K	В·А	
	$\cos\varphi_K$	—	
Исследуемая цепь	R_Σ	Ом	
	X	Ом	
	Z	Ом	
	Q	В·Ар	
	S	В·А	
	$\cos\varphi$	—	

5. Составить в алгебраической и показательной формах уравнения комплексов величин \underline{Z} , \underline{U} и \underline{S} , используя уравнения (1.30) - (1.32).

6. Построить на комплексной плоскости диаграмму сопротивлений, топографическую векторную диаграмму напряжений и диаграмму мощностей для цепи R - C - L . (см. рис. 1.6-1.9).

7. Сделать краткие выводы по результатам исследований. В выводах дать оценку характеру нагрузки, показать ее влияние на режим электропотребления и сдвиг по фазе между током и напряжением исследуемой цепи.

8. Нарисовать схему эксперимента для отчета по лабораторной работе (рис.1.13).

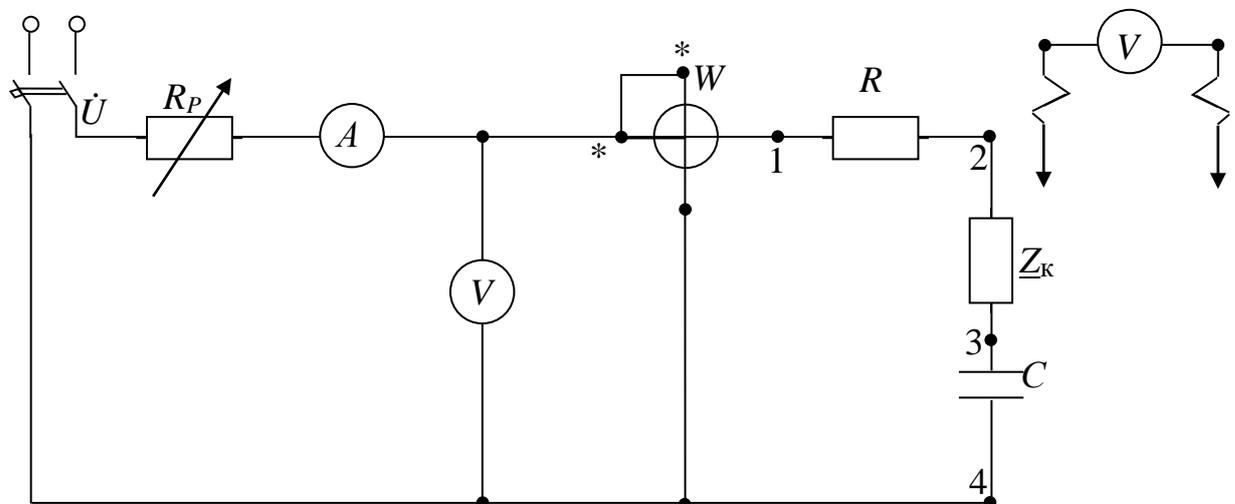


Рис. 1.13. Схема для исследования цепи с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором

Содержание отчета по лабораторной работе 1

1. Название и номер лабораторной работы.
2. Цель работы.
3. Опыт 1.
 - 3.1. Схема опыта (см. рис. 1.11).
 - 3.2. Табл. 1.1 и 1.2.
 - 3.3. Основные расчетные формулы с полностью приведенным расчетом (формула, подстановка значений, результат и единица измерения).
 - 3.4. Уравнения сопротивления, напряжения и мощности в комплексной алгебраической форме.
 - 3.5. Диаграммы сопротивлений, напряжений и мощности (в масштабе).
 - 3.6. Краткие выводы.
4. Опыт 2.
 - 4.1. Схема опыта (см. рис. 1.12).
 - 4.2. Табл. 1.3 и 1.4.
 - 4.3. Основные расчетные формулы (формула, подстановка значений, результат и единица измерения).
 - 4.4. Уравнения сопротивления, напряжения и мощности в комплексной алгебраической форме.
 - 4.5. Диаграммы сопротивлений, напряжения и мощности (в масштабе).
 - 4.6. Краткие выводы
5. Опыт 3.
 - 5.1. Схема опыта (см. рис. 1.13).
 - 5.2. Табл. 1.5 и 1.6.
 - 5.3. Основные расчетные формулы (формула, подстановка значений, результат и единица измерения).
 - 5.4. Уравнения сопротивления, напряжения и мощности в комплексной алгебраической форме.
 - 5.5. Диаграммы сопротивлений, напряжений и мощности (в масштабе).
 - 5.6. Краткие выводы.
6. Расчетно-графическая работа 1.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте понятие действующего тока (напряжения).
2. Сформулируйте понятие начальной фазы тока (напряжения).
3. Как определить знак и модуль начальной фазы тока (напряжения)?
4. Сформулируйте понятие топографической диаграммы напряжений.
5. Как построить топографическую диаграмму напряжений?
6. Как построить диаграмму сопротивлений?
7. Как построить диаграмму мощностей?
8. При каком характере нагрузки напряжение и ток совпадают по фазе?
9. При каком характере нагрузки напряжение опережает по фазе ток цепи?
10. При каком характере нагрузки напряжение отстает по фазе от тока цепи?

Расчетно-графическая работа 1

Рассчитать электрическую цепь переменного тока при последовательном соединении элементов (рис. 1.14).

1. Составить эквивалентную электрическую схему замещения. Исходные данные приведены в табл. 1.7.

2. Составить комплексные уравнения и построить по ним диаграммы сопротивлений, напряжений и мощностей. Все расчеты сделать, используя комплексные числа в алгебраической форме записи. Результаты расчетов перевести в показательную форму записи. При расчете учесть $\psi_i=0$.

3. Определить показания электроизмерительных приборов A , V_1 , V_2 , V_3 , W .

4. Построить графики в одной системе координат в функции времени для напряжения и тока на входе пассивного двухполюсника.

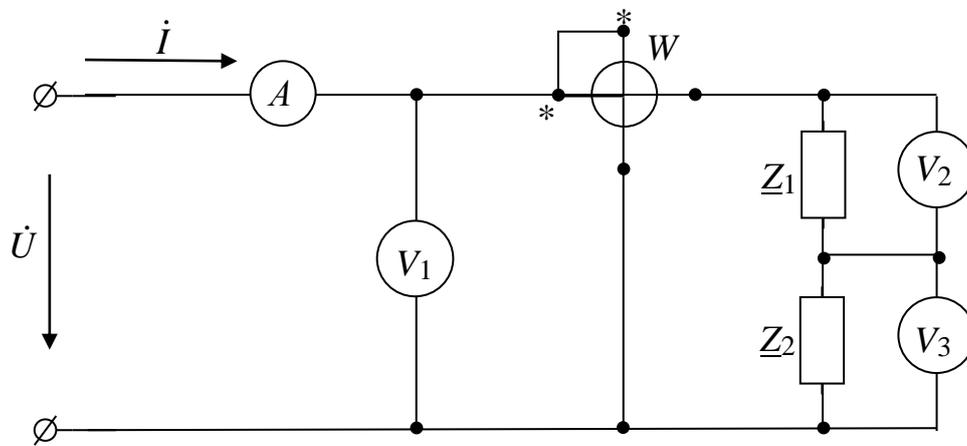


Рис. 1.14. Схема для расчета электрической цепи переменного тока при последовательном соединении элементов

Таблица 1.7

Исходные данные к расчетно-графической работе 1

Вариант	f , Гц	I_m , А	Z_1		Z_2			
			$R_{к1}$, Ом	L_1 , Гн	$R_{к2}$, Ом	L_2 , Гн	R_2 , Ом	C , мкФ
0	50	2,83	6	0,0255	-	-	-	398
1	50	2,12	15	0,0637	-	-	-	159
2	60	2,12	9	0,0318	-	-	-	221
3	60	2,83	12	0,0424	-	-	-	379
4	60	2,83	6	0,0212	-	-	-	221
5	50	4,24	3	0,0127	6	0,0255	-	-
6	50	2,83	6	0,0255	9	0,0382	-	-
7	50	2,83	12	0,051	-	-	-	455
8	100	2,83	15	0,0318	12	0,0255	-	-
9	100	2,12	6	0,0127	-	-	8	-
10	50	2,12	9	0,0382	-	-	6	-
11	60	2,12	12	0,0424	-	-	15	-
12	100	2,12	3	0,0064	-	-	6	-
13	100	4,24	6	0,0127	9	0,0191	-	-
14	50	4,24	15	0,0637	12	0,051	-	-
15	60	4,24	9	0,0318	12	0,0424	-	-
16	100	2,12	9	0,0191	6	0,0127	-	-
17	50	4,24	3	0,0127	6	0,0255	-	-
18	60	2,12	6	0,0212	-	-	9	-
19	100	2,12	6	0,0127	-	-	12	-
20	50	2,83	15	0,0637	-	-	10	-
21	60	2,83	12	0,0424	-	-	8	-
22	50	2,12	6	0,0255	-	-	-	199
23	100	4,24	9	0,0191	-	-	-	227
24	60	4,24	12	0,0318	-	-	-	166

Лабораторная работа 2

Исследование однофазных электрических цепей синусоидального тока с параллельно соединенными элементами

Цель работы

Научиться *соединять параллельно* катушку индуктивности, резистор и конденсатор и *подключать* приборы для измерения тока, напряжения и активной мощности в разветвленных цепях.

Научиться *рассчитывать разветвленные цепи* и на комплексной плоскости *строить диаграммы* проводимостей, токов и мощностей.

Общие сведения

Параллельное соединение участков (элементов электрической цепи) – это соединение, при котором все участки (элементы) подключаются к одной паре узлов. Соединение находится под действием одного и того же напряжения.

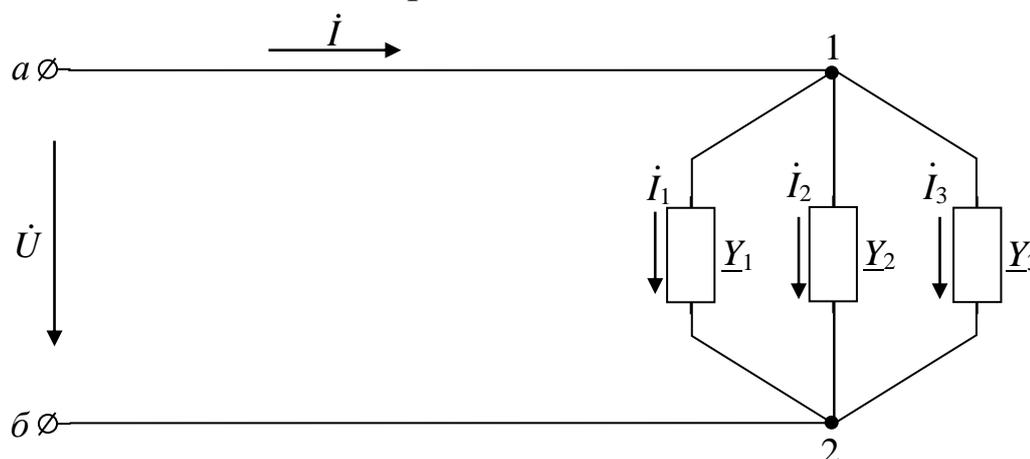


Рис. 2.1. Разветвленная электрическая цепь

На рис. 2.1 изображена электрическая цепь, имеющая три параллельных ветви, каждая из которых содержит по одному элементу. Участки цепи $a-1$ и $b-2$ неразветвленные. Ток, протекающий по ним, является током всей цепи I ; токи I_1 , I_2 , I_3 – токи ветвей.

Комплекс полной проводимости цепи, приведенной на рис. 2.1, вычисляют по формуле:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3, \quad (2.1)$$

где \underline{Y}_1 , \underline{Y}_2 , \underline{Y}_3 – комплексы полных проводимостей ветвей, См.

Если в первую ветвь включить реальную катушку индуктивности, во вторую резистор R и в третью конденсатор C , то разветвленную цепь, приведенную на рис. 2.1, можно представить следующей эквивалентной схемой (рис. 2.2).

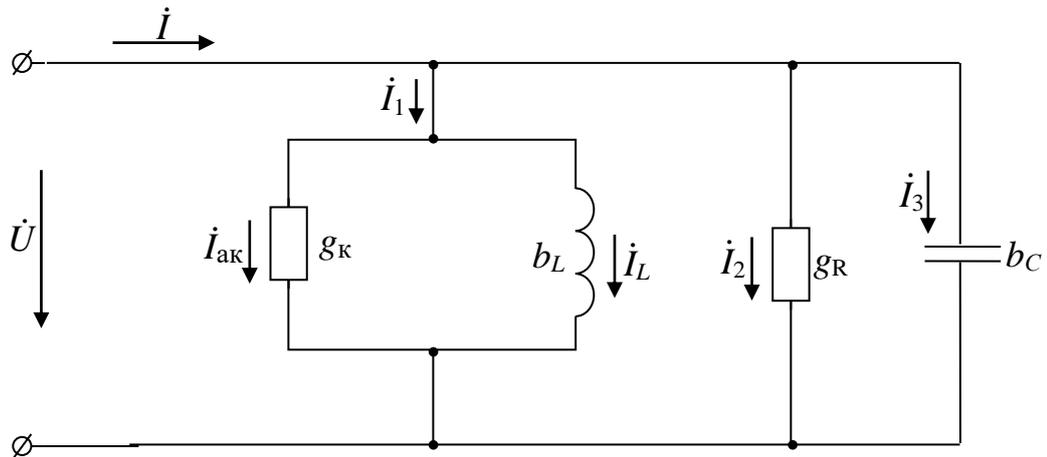


Рис. 2.2. К расчету разветвленной цепи

Комплекс полной проводимости первой ветви может быть записан уравнением:

$$\underline{Y}_1 = \underline{Y}_K = \frac{1}{\underline{Z}_K} = \frac{1}{(R_K + jX_L)} \cdot \frac{(R_K - jX_L)}{(R_K - jX_L)} = \frac{(R_K - jX_L)}{(R_K^2 + jX_L^2)} = \frac{R_K}{Z_K^2} - j \frac{X_L}{Z_K^2}, \quad (2.2)$$

где R_K , X_L , Z_K , $(R_K - jX_L)$ – активное, индуктивное, полное сопротивление и сопряженный комплекс полного сопротивления катушки индуктивности.

Примечание. Для того чтобы избавиться от мнимой части в знаменателе комплексного соотношения, умножают и делят данное соотношение на сопряженный комплекс знаменателя.

Активная проводимость катушки:

$$g_K = \frac{R_K}{Z_K^2}. \quad (2.3)$$

Индуктивная проводимость катушки:

$$b_L = \frac{X_L}{Z_K^2}. \quad (2.4)$$

После подстановки формул (2.3) и (2.4) в выражение (2.2) получают следующее уравнение комплекса полной проводимости катушки индуктивности:

$$\underline{Y}_K = \frac{1}{\underline{Z}} = g_K - jb_L = Y_K \cdot e^{-j\varphi}, \quad (2.5)$$

следовательно, первую ветвь можно представить в виде параллельного соединения двух элементов с активной и индуктивной проводимостью (см. рис. 2.2).

Модуль полной проводимости катушки индуктивности определяют из выражения:

$$Y_K = \sqrt{g_K^2 + b_L^2}. \quad (2.6)$$

Аргумент функции (2.5) определяют из выражения:

$$\varphi_K = \operatorname{arctg} \frac{b_L}{g_K}. \quad (2.7)$$

Комплекс полной проводимости второй ветви цепи:

$$\underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{R} = g_R, \quad (2.8)$$

то есть во второй ветви имеется только элемент с активной проводимостью. Комплекс полной проводимости третьей ветви цепи:

$$\underline{Y}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3} = \frac{1}{-jX_C} = jb_C, \quad (2.9)$$

т. е. в третьей ветви имеется только элемент с емкостной проводимостью.

Комплекс полной проводимости цепи, приведенной на рис. 2.2, на основании формул (2.1), (2.5), (2.8) и (2.9) можно представить формулой:

$$\underline{Y} = (g_K - jb_L) + g_R + jb_C = (g_K + g_R) + j(b_C - b_L) = g \pm jb, \quad (2.10)$$

где g и b – активная и реактивная проводимости цепи, представленной на рис. 2.2.

Модуль полной проводимости цепи определяют из выражения

$$Y = \sqrt{g^2 + b^2}. \quad (2.11)$$

Комплекс полного действующего тока цепи, согласно первому закону Кирхгофа, можно представить следующим уравнением:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3, \quad (2.12)$$

где \dot{I}_1 , \dot{I}_2 , \dot{I}_3 – комплексы действующих токов ветвей цепи, А.

Согласно закону Ома и на основании формулы (2.10) комплекс полного действующего тока цепи можно записать:

$$\dot{I} = \dot{U} \cdot \underline{Y} = \dot{U} [(g_K - jb_L) + g_R + jb_C] = (\dot{U} \cdot g_K - j\dot{U} \cdot b_L) + \dot{U} \cdot g_R + j\dot{U} \cdot b_C, \quad (2.13)$$

где \dot{U} – комплекс действующего напряжения, приложенного к цепи, В.

Приняв начальную фазу приложенного напряжения ψ_U равной нулю ($\dot{U} = U$), можно упростить уравнение (2.13):

$$\dot{I} = (\dot{U} \cdot g_K - j\dot{U} \cdot b_L) + \dot{U} \cdot g_R + j\dot{U} \cdot b_C = (I_{ак} - jI_L) + I_R + jI_C. \quad (2.14)$$

Комплексы действующих токов ветвей цепи (см. рис. 2.2), согласно формулам (2.12) и (2.13), можно записать:

Комплекс полного тока первой ветви с катушкой индуктивности:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_K = (\dot{U} \cdot g_K - j\dot{U} \cdot b_L) = (I_{ак} - jI_L), \quad (2.15)$$

где $I_{ак}$ и I_L – соответственно активная и индуктивная составляющие полного тока катушки.

Активная составляющая тока катушки *совпадает по фазе* с приложенным напряжением \dot{U} , индуктивная – *отстает по фазе* от напряжения на угол 90° .

Разделение тока катушки на активную и индуктивную составляющие – условное. Непосредственно измерить эти составляющие тока невозможно. В то же время необходимо учитывать, что катушка индуктивности потребляет из сети активную и индуктивную энергии.

Модуль действующего тока первой ветви (катушки индуктивности) вычисляют по формуле

$$I_1 = I_K = \sqrt{I_{ак}^2 + I_L^2}. \quad (2.16)$$

Комплекс действующего тока второй ветви:

$$\dot{I}_2 = \dot{U} \cdot g_R = I_R. \quad (2.17)$$

Ток второй ветви является активным, *совпадает по фазе* с приложенным напряжением.

Комплекс действующего тока третьей ветви:

$$\dot{I}_3 = \dot{U} \cdot jb_C = jI_C. \quad (2.18)$$

Ток ветви с конденсатором является емкостным и *опережает по фазе* приложенное к цепи напряжение на угол 90° .

После преобразований уравнение (2.14) принимает вид

$$\dot{I} = (I_{ак} + I_R) + j(I_C - I_L) = I_a \pm jI_b. \quad (2.19)$$

где I_a и I_b – соответственно активная и реактивная составляющие полного тока цепи.

Модуль полного тока цепи вычисляют по формуле

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_b^2}. \quad (2.20)$$

Комплекс полной мощности цепи вычисляют по формуле

$$\underline{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^*, \quad (2.21)$$

где \dot{I}^* – сопряженный комплекс действующего тока цепи.

С учетом выражения (2.14), при ($\dot{U} = U$), можно записать:

$$\begin{aligned} \underline{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* &= \dot{U}[(I_{ак} - jb_L) + I_R + jI_C] = (\dot{U} \cdot g_K - j\dot{U} \cdot b_L) + \dot{U} \cdot g_R + j\dot{U} \cdot b_C = \\ &= (P_K + jQ_L) + P_R - jQ_C = (P_K + P_R) + j(Q_L + Q_C) = P \pm jQ, \end{aligned} \quad (2.22)$$

где P_K, P_R, P – соответственно активные мощности ветвей и цепи;

Q_L и Q_C – индуктивная и емкостная мощности ветвей;

Q – реактивная мощность цепи.

Модуль полной мощности цепи:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad (2.23)$$

Комплекс полной мощности первой ветви (катушки индуктивности) вычисляют по формуле

$$S_1 = S_K = U(I_{ак} + jI_L) = U^2 \cdot g_K + jU^2 \cdot b_L = P_K + jQ_L. \quad (2.24)$$

Модуль полной мощности катушки индуктивности:

$$S_K = \sqrt{P_K^2 + Q_L^2}. \quad (2.25)$$

Коэффициент мощности цепи (ветви) $\cos \varphi$ определяется отношением активной составляющей проводимости, тока или мощности цепи (ветви) к полной проводимости, току или мощности:

$$\cos \varphi = \frac{g}{Y} = \frac{I_a}{I} = \frac{P}{S}. \quad (2.26)$$

Режимы разветвленной цепи с « g, b_L, b_C » диаграммы

Рассмотрим влияние характера нагрузки на режим цепи.

1. Характер нагрузки активно-индуктивный, т. е. преобладает индуктивная проводимость ($b_L > b_C$).

Уравнения (2.10), (2.14) и (2.22) принимают вид:

$$\begin{aligned} Y &= (g_K - jb_L) + g_R + jb_C = g - jb = Y \cdot e^{-j\varphi}; \\ \dot{I} &= (I_{ак} - jI_L) + I_R + jI_C = I_a - I_b = I \cdot e^{-j\varphi}; \\ \underline{S} = \dot{U} \cdot \dot{I}^* &= (P_K + jQ_L) + P_R - jQ_C = P + Q_C = P + jQ = S \cdot e^{+j\varphi}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Диаграммы проводимостей, токов и мощностей, построенные в соответствии с уравнениями (2.27), приведены на рис. 2.3.

Последовательность построения диаграмм может быть произвольной, но общепринято откладывать на комплексной плоскости отрезки проводимостей, мощностей и векторы токов в принятом масштабе в очередности, соответствующей расположению параллельных ветвей цепи, считая от источника питания.

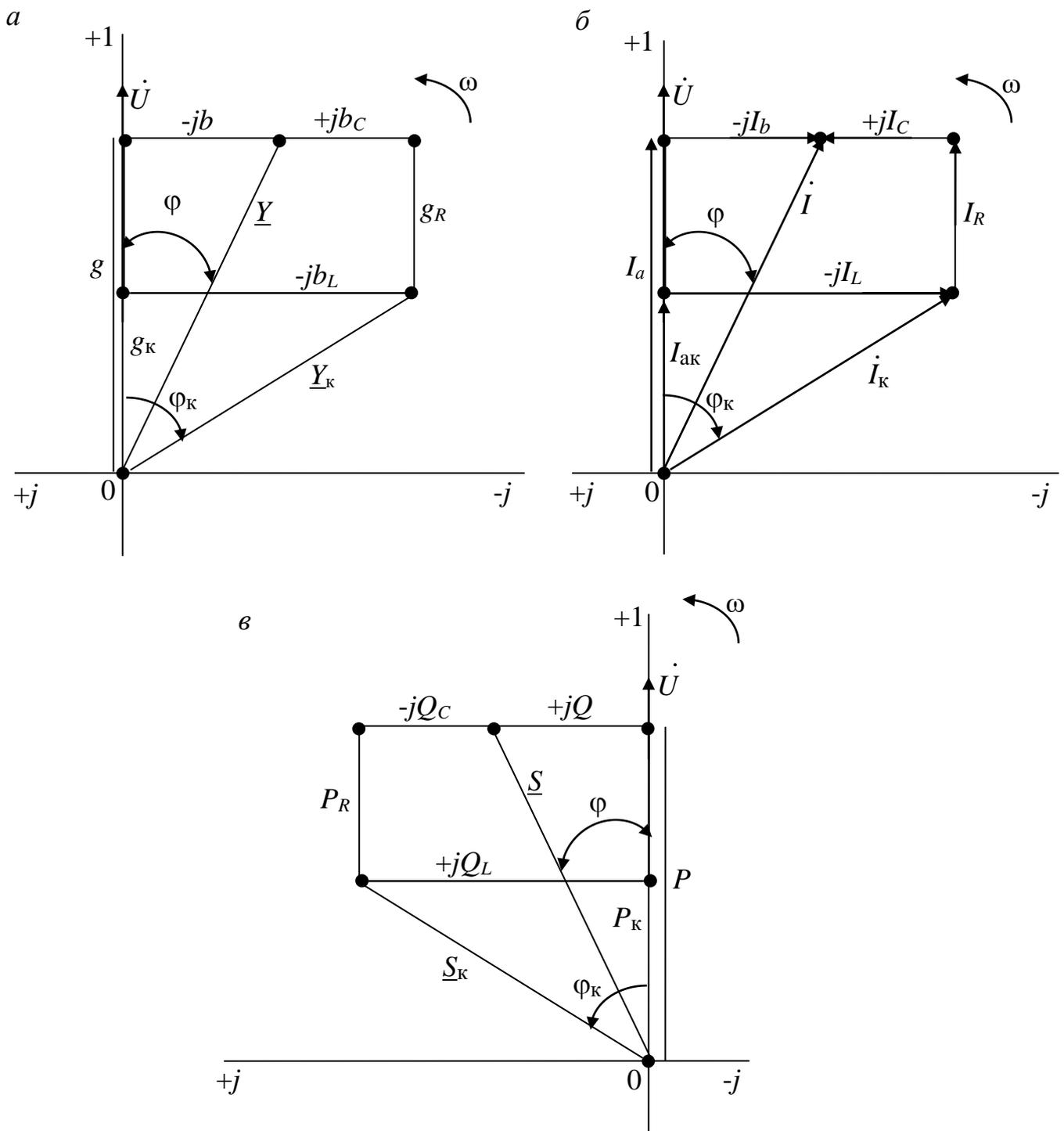


Рис. 2.3. Диаграммы проводимостей (а), мощностей (в) и векторная диаграмма токов (б) разветвленной цепи с активно-индуктивным характером нагрузки

При активно-индуктивном характере нагрузки полный ток цепи \dot{I} отстает по фазе от напряжения \dot{U} на угол φ , из сети потребляется активная и индуктивная энергия. Треугольники, выделенные на рис. 2.3, называются треугольниками проводимости, тока и мощности.

2. Характер нагрузки активно-емкостной, то есть преобладает емкостная проводимость ($b_C > b_L$).

Диаграммы проводимостей, мощностей и векторная диаграмма токов для рассматриваемого случая приведены на рис. 2.4.

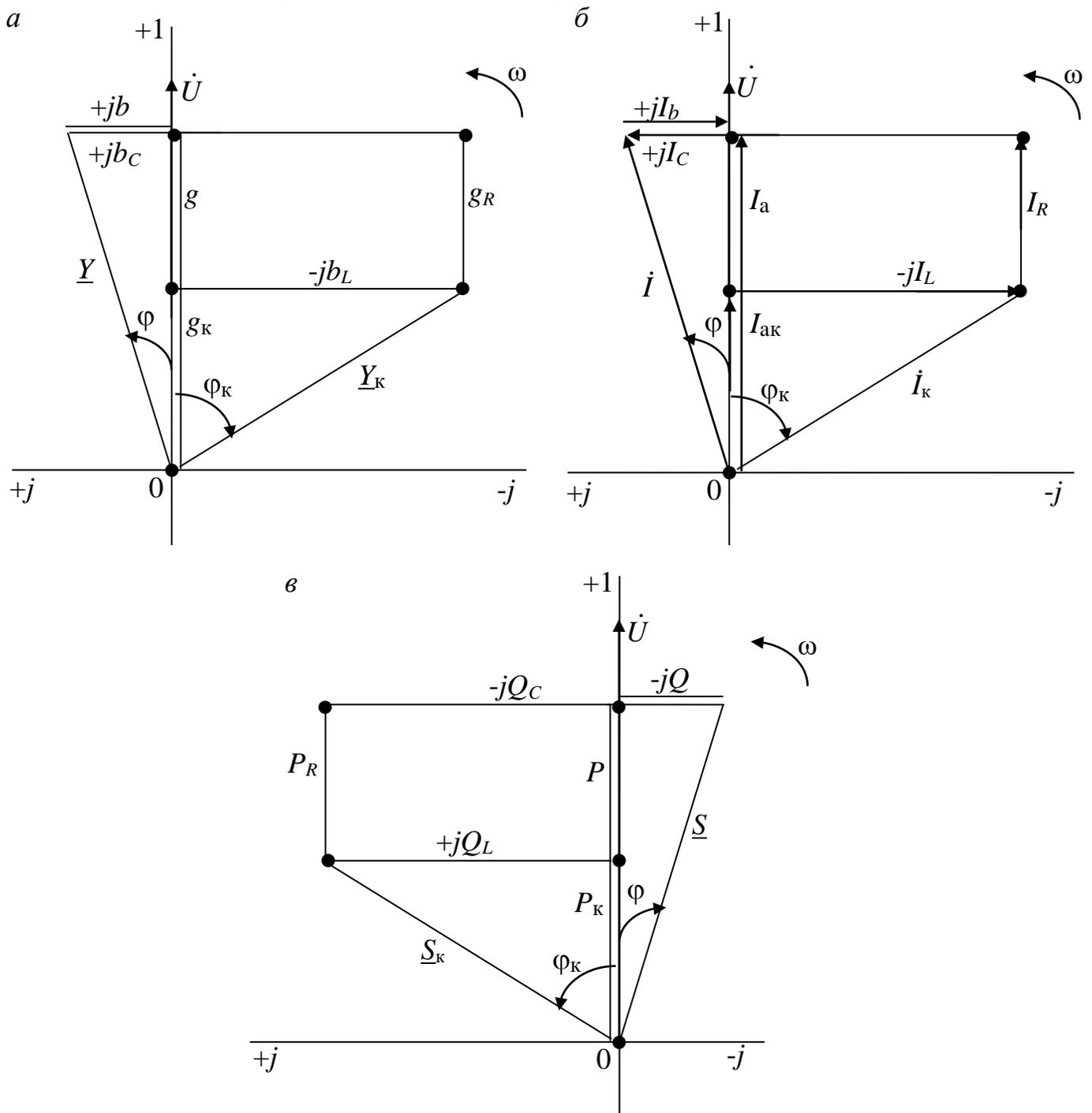


Рис. 2.4. Диаграммы проводимостей (а), мощностей (в) и векторная диаграмма токов (б) разветвленной цепи с активно-емкостным характером нагрузки

При активно-емкостном характере нагрузки полный ток цепи \dot{I} опережает по фазе напряжение \dot{U} на угол φ , из сети потребляется активная и емкостная энергия. На рис. 2.4 выделены треугольники проводимости, тока и мощности.

3. Характер нагрузки активный ($b_C=b_L$).

При равенстве индуктивной и емкостной проводимостей в цепи возникает резонанс токов.

Диаграммы проводимостей, мощностей и векторная диаграмма токов приведены на рис. 2.5.

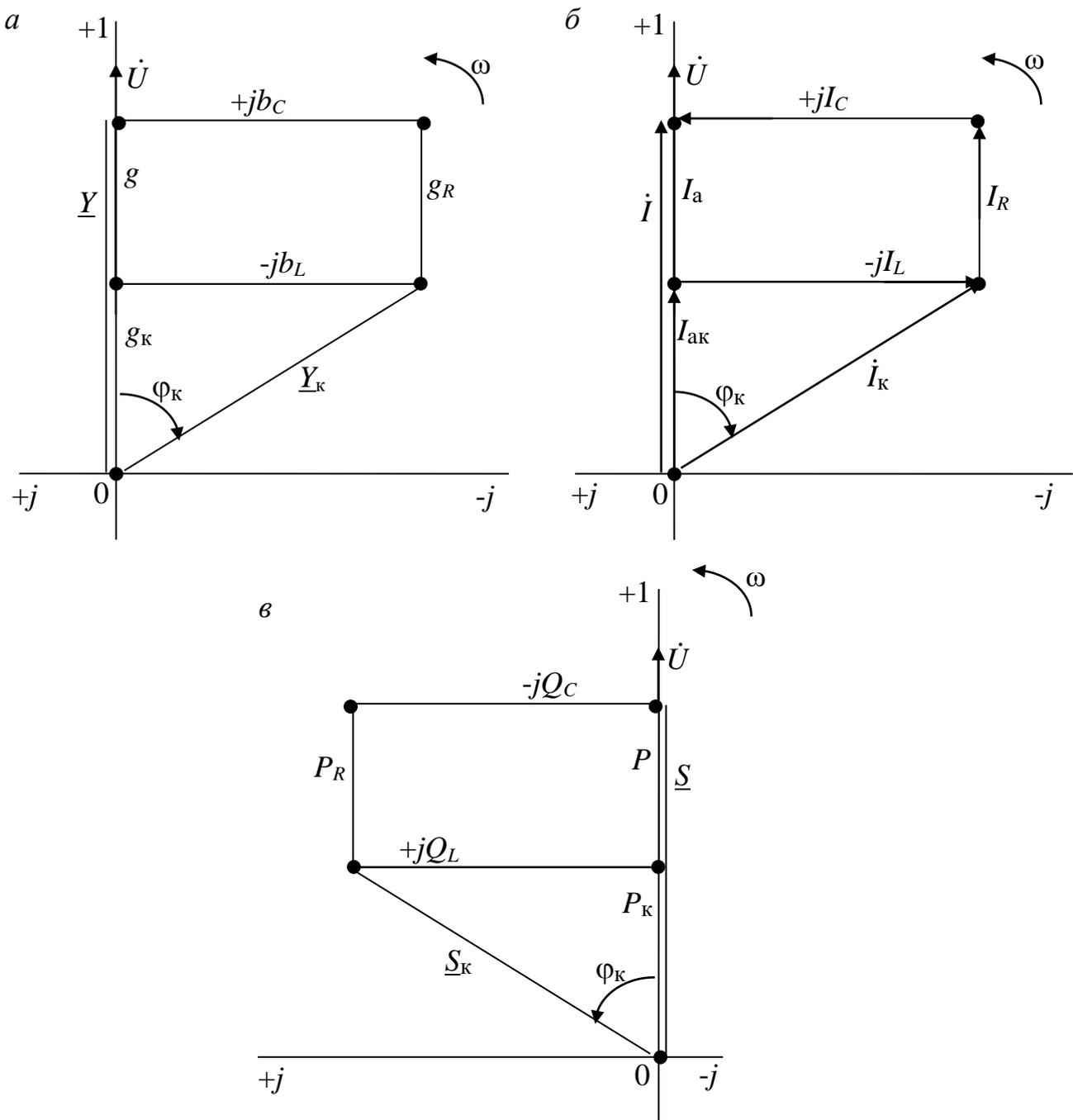


Рис. 2.5. Диаграммы проводимостей (а), мощностей (в) и векторная диаграмма токов (б) разветвленной цепи при резонансе токов

При резонансе токов полный ток цепи I совпадает по фазе с напряжением \dot{U} , из цепи потребляется только активная энергия, коэффициент мощности цепи $\cos\varphi=1$, а в цепи возникает незатухающий колебательный процесс обмена энергией между магнитным полем катушки индуктивности и электрическим полем конденсатора. Этот режим характеризуется полной минимальной проводимостью и полным минимальным током.

Программа исследований

Необходимо провести два опыта:

с резистором и катушкой индуктивности;

с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором.

Рекомендуется собрать схему, приведенную на рис. 2.6, которая обеспечивает проведение двух опытов.

Первый опыт без конденсатора – цепь разомкнута (1), второй опыт с конденсатором (2).

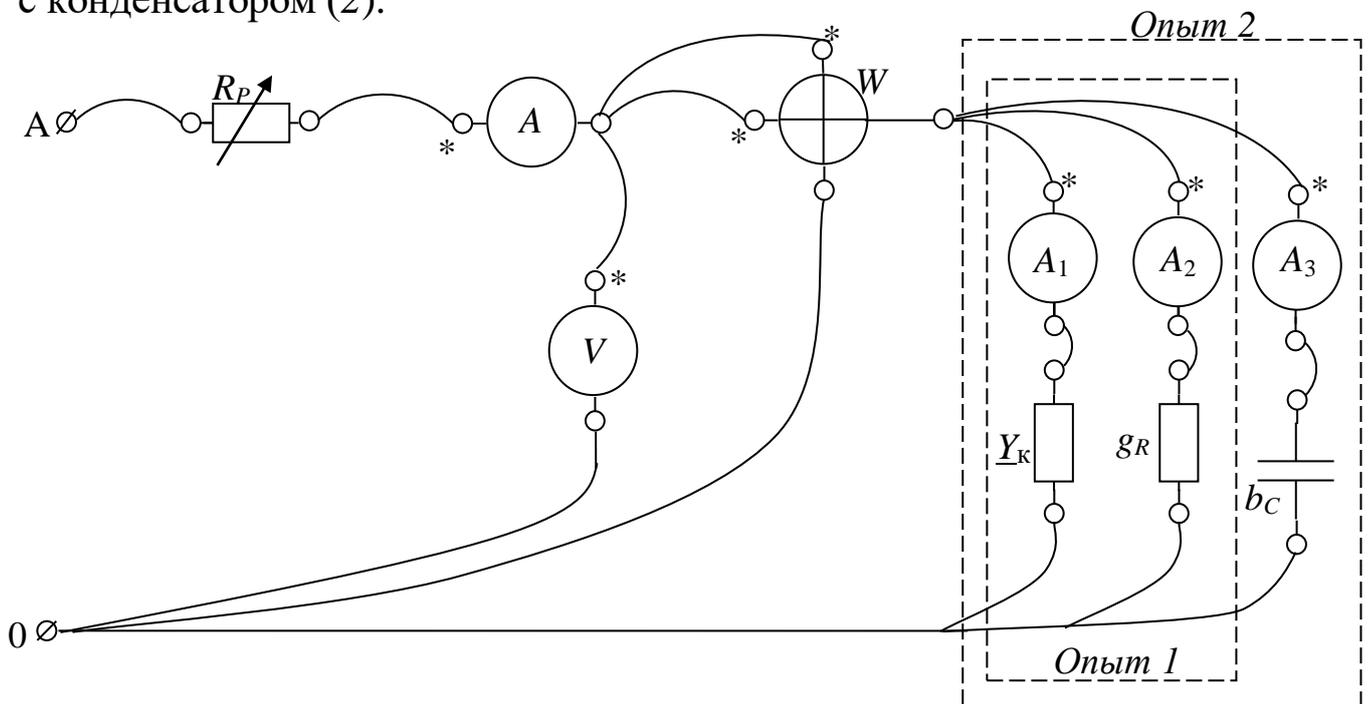


Рис. 2.6. Монтажная схема для исследования разветвленных цепей

Опыт 1. Исследование разветвленной цепи с резистором и катушкой индуктивности

Последовательность выполнения работ:

1. Собрать схему, приведенную на рис. 2.6, ветвь с конденсатором разомкнута.

2. Установить регулировочным реостатом R_p напряжение заданное преподавателем, и записать в табл. 2.1 измеренные величины I, I_R, I_K, U и P .

Таблица 2.1

Показания измерительных приборов

Измерено				
Напряжение, приложенное к цепи $U, В$	ток цепи $I, А$	ток резистора $I_R, А$	ток индуктивности $I_K, А$	активная мощность цепи $P, Вт$

3. Сделать вычисления, учитывая, что проводимости вычисляются с точностью до четвертого знака после запятой, остальные параметры – до второго знака после запятой.

Для резистора:

$$\text{проводимость } g_R = \frac{I_R}{U};$$

$$\text{мощность } P_R = U^2 \cdot g_R.$$

Для ветви с катушкой индуктивности:

активная мощность P_K :

$$P_K = P - P_R; \quad (2.28)$$

$$\text{активная проводимость } g_K: g_K = \frac{P_K}{U^2};$$

полная проводимость Y_K :

$$Y_K = \frac{I_K}{U}; \quad (2.29)$$

индуктивная проводимость b_L – по формуле (2.6),

активная $I_{ак}$ и индуктивная I_L составляющие тока катушки по формулам:

$$I_K = U \cdot g_K; \quad (2.30)$$

$$I_L = U \cdot b_L; \quad (2.31)$$

индуктивная мощность: $Q_L = U^2 \cdot b_L$;

полная мощность S_K – по формуле (2.25);

$$\text{коэффициент } \cos \varphi_K = \frac{g_K}{Y_K} = \frac{I_{ак}}{I_K} = \frac{P_K}{S_K}.$$

Для цепи:

активная проводимость g ,

$$g = g_R + g_K; \quad (2.32)$$

реактивная проводимость: $b = b_L$,

полная проводимость Y – по формуле (2.11),

реактивная мощность Q :

$$Q = U^2 \cdot b = Q_L; \quad (2.33)$$

полная мощность S – по формуле (2.23);

коэффициент мощности: $\cos \varphi = \frac{g}{Y} = \frac{I_{ак} + I_R}{I} = \frac{P}{S}$.

Результаты вычислений записать в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Параметры электрической цепи с резистором и катушкой индуктивности

Элемент	Параметр	Единица измерения	Результат расчета
Резистор	g_R	См	
	P_R	Вт	
Катушка индуктивности	g_R	См	
	b_L	См	
	Y_K	См	
	$I_{ак}$	А	
	I_L	А	
	P_R	Вт	
	Q_L	В·Ар	
	S_K	В·А	
$\cos \varphi_K$	–		
Исследуемая цепь	g	См	
	b	См	
	Y	См	
	Q	В·Ар	
	S	В·А	
	$\cos \varphi$	–	

4. Составить в алгебраической форме уравнения комплексов \underline{Y} , \underline{I} , \underline{S} , используя соотношения (2.27).

5. Построить в масштабе диаграмму проводимостей и мощностей, векторную диаграмму токов (см. рис. 2.3).

6. Сделать краткие выводы по результатам исследований, указать, какого характера нагрузка, и показать влияние индуктивной нагрузки на сдвиг фаз между напряжением и током цепи.

7. Нарисовать схему эксперимента для отчета по лабораторной работе (рис. 2.7).

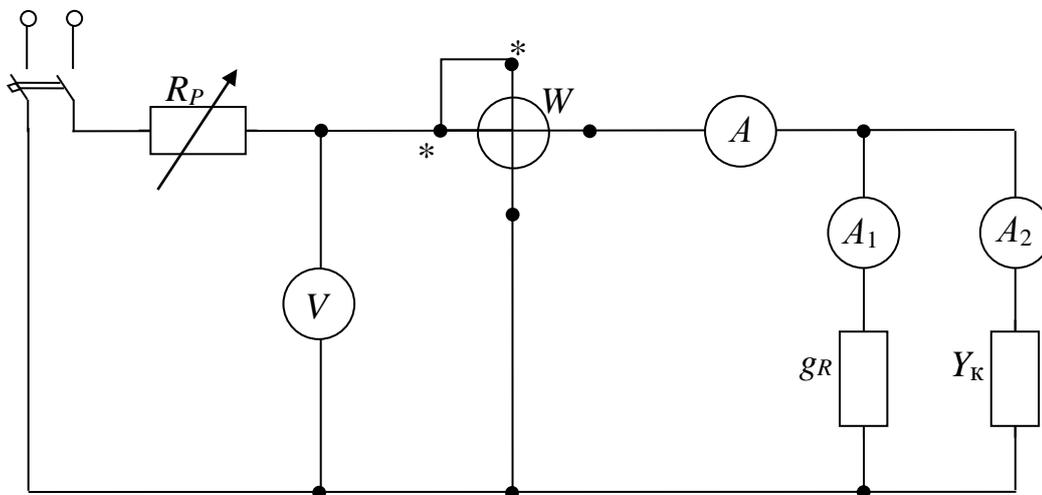


Рис. 2.7. Электрическая принципиальная схема для исследования разветвленной цепи с резистором и катушкой индуктивности

Опыт 2. Исследование разветвленной цепи с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором (рис. 2.8)

Последовательность выполнения работ:

1. Включить рубильником P (см. рис. 2.6) заданную преподавателем емкость конденсатора.

2. Установить регулировочным реостатом R_P заданное преподавателем напряжение и записать в табл. 2.3 измеренные величины I , I_R , I_K , I_C , U и P .

Таблица 2.3

Показания измерительных приборов

Измерено					
напряжение, приложенное к цепи U , В	токи				активная мощность цепи P , Вт
	цепи I , А	резистора I_R , А	катушки индуктивности I_K , А	конденсатора I_C , А	

3. Вычислить проводимости, токи, мощности ветвей и цепи в целом. Результаты расчетов записать в табл. 2.4.

Вычисления для резистора и катушки индуктивности (опыт 1).

Для конденсатора:

емкостная проводимость b_C :

$$b_C = \frac{I_C}{U}; \quad (2.34)$$

емкостная мощность Q_C :

$$Q_C = U^2 \cdot b_C = U \cdot I_C. \quad (2.35)$$

Для цепи:

реактивная проводимость b :

$$b = b_L - b_C; \quad (2.36)$$

активная g и полная Y проводимости определяются по формулам (опыт 1);

реактивная мощность Q :

$$Q = Q_L - Q_C; \quad (2.37)$$

полная мощность S и коэффициент мощности $\cos\varphi$ определяются по формулам (опыт 1).

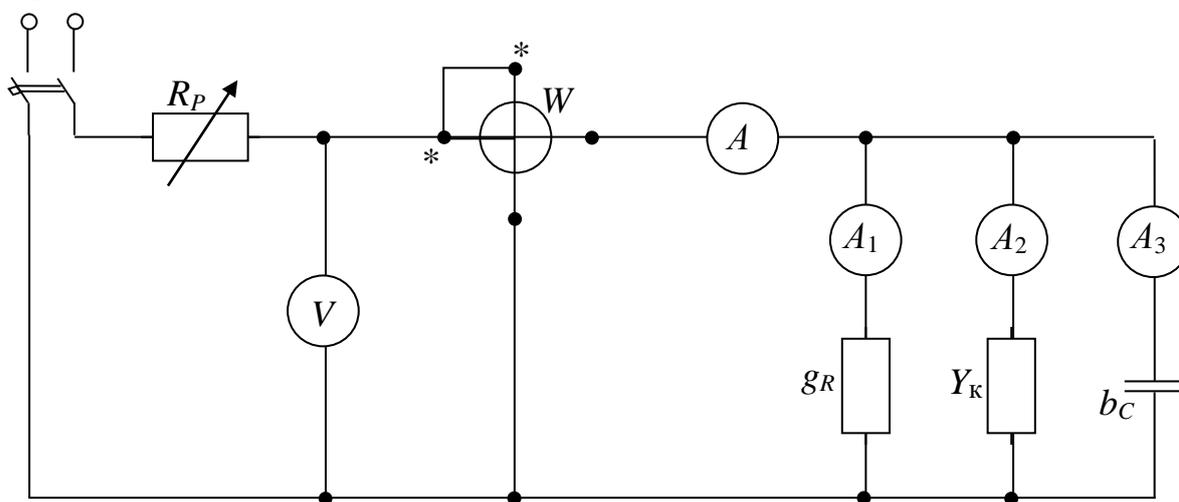


Рис. 2.8.Схема для исследования разветвленной цепи с резистором, катушкой индуктивности и конденсатором

**Параметры электрической цепи с резистором, конденсатором
и катушкой индуктивности**

Элемент	Параметр	Единица измерения	Результат расчета
Резистор	g_R	См	
	P_R	Вт	
Катушка индуктивности	g_K	См	
	b_L	См	
	Y_K	См	
	$I_{ак}$	А	
	I_L	А	
	P_K	Вт	
	Q_L	В·Ар	
	S_K	В·А	
	$\cos\varphi_K$	—	
Конденсатор	b_C	Ом	
	Q_C	В·Ар	
Исследуемая цепь	g	См	
	b	См	
	Y	См	
	Q	В·Ар	
	S	В·А	
	$\cos\varphi$	—	

Содержание отчета по лабораторной работе 2

1. Название и номер лабораторной работы.
2. Цель работы.
3. Опыт 1.
 - 3.1. Схема опыта (см. рис. 2.7).
 - 3.2. См. табл. 2.1 и 2.2.
 - 3.3. Основные расчетные формулы с приведенным полным расчетом (формула, подстановка значений, результат и единица измерения).
 - 3.4. Уравнения комплексов полной проводимости, тока и мощности цепи в алгебраической форме.
 - 3.5. Диаграмма проводимостей, токов и мощностей (в масштабе).
 - 3.6. Краткие выводы.

4. Опыт 2.
 - 4.1. Схема опыта (см. рис. 2.8).
 - 4.2. См. табл. 2.3 и 2.4.
 - 4.3. Основные расчетные формулы с приведенным полным расчетом (формула, подстановка значений, результат и единица измерения).
 - 4.4. Уравнения комплексов полной проводимости, тока и мощности цепи в алгебраической форме.
 - 4.5. Диаграммы проводимостей, токов и мощностей (в масштабе).
 - 4.6. Краткие выводы.
5. Расчетно-графическая работа 2.

Контрольные вопросы

1. Как определить активную проводимость и мощность катушки индуктивности по данным опыта 1?
2. Как определить индуктивную проводимость катушки индуктивности по данным опыта 1?
3. Как определить активную мощность резистора по данным опыта 2?
4. Как определить активную, реактивную и полную проводимости цепи по данным опыта 2?
5. Каковы условия возникновения резонанса токов. Каковы значения полной проводимости и полного тока при резонансе токов?
6. Как определить индуктивную проводимость катушки индуктивности, если известны Z_k и $\cos\varphi_k$?
7. Каков энергетический режим разветвленной цепи при резонансе токов?
8. В какой последовательности строят диаграммы \underline{Y} , \underline{I} , \underline{S} для разветвленной цепи?
9. Начертите векторную диаграмму токов для цепи, приведенной на рис. 2.8, при условии $b_L > b_C$.
10. Начертите векторную диаграмму токов для цепи, приведенной на рис. 2.8, при условии $b_L < b_C$.

Расчетно-графическая работа 2

Рассчитать электрическую цепь переменного тока при параллельном соединении элементов (рис. 2.9).

1. Составить эквивалентную электрическую схему замещения.

Исходные данные приведены в табл. 2.5.

2. Составить три комплексных уравнения и построить по ним диаграммы проводимостей, токов и мощностей. Все расчеты сделать, используя комплексные числа в алгебраической форме записи. Результаты расчетов перевести в показательную форму записи. При расчете учесть, что $\psi_u = 0$.

3. Определить показания электроизмерительных приборов A_1, A_2, A_3, V, W .

4. Построить графики в одной системе координат в функции времени для напряжения и тока на входе пассивного двухполюсника.

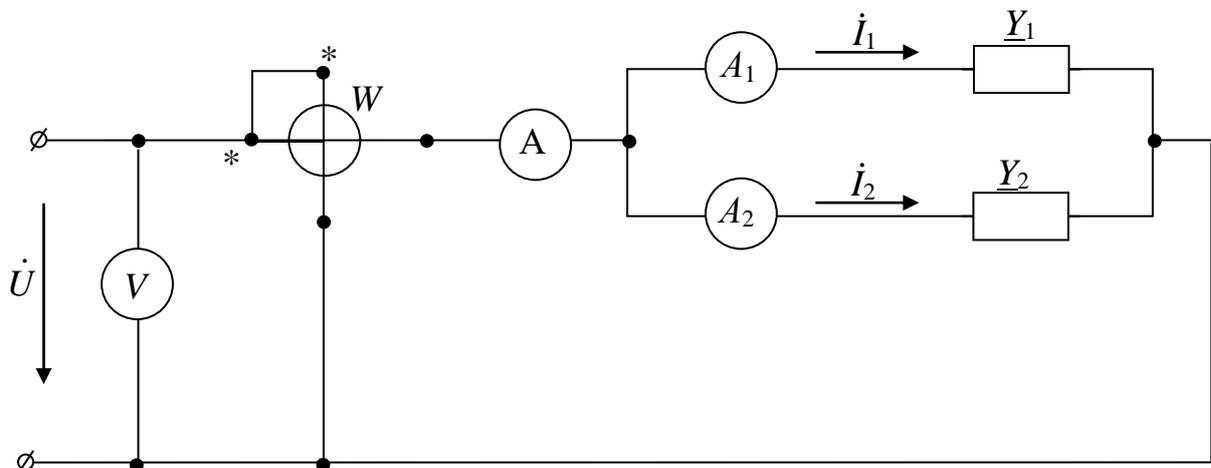


Рис. 2.9. Схема для расчета электрической цепи переменного тока при параллельном соединении элементов

Таблица 2.5

Исходные данные к расчетно-графической работе № 2

Вариант	$f, \text{Гц}$	$U_m, \text{В}$	Y_1		Y_2		
			$g_1, \text{СМ}$	$b_{L1}, \text{СМ}$	$g_2, \text{СМ}$	$b_{L2}, \text{СМ}$	$b_C, \text{СМ}$
0	50	14,1	0,16	0,12	-	-	0,24
1	50	28,3	0,03	0,04	0,06	0,08	-
2	60	14,1	0,16	0,12	0,08	-	0,06
3	60	28,3	0,04	0,03	0,08	0,16	-
4	60	35,4	0,03	0,04	0,03	-	0,04
5	100	42,4	0,06	0,08	-	-	0,16

Вариант	f , Гц	U_m , В	Y_1		Y_2		
			g_1 , См	b_{L1} , См	g_2 , См	b_{L2} , См	b_C , См
6	100	56,6	0,03	0,04	-	-	0,03
7	50	14,1	0,06	0,08	-	-	0,08
8	50	28,3	0,04	0,03	0,08	0,16	-
9	50	35,4	0,12	0,16	0,12	-	0,16
10	60	14,1	0,12	0,16	-	-	0,08
11	60	28,3	0,03	0,04	0,03	-	-
12	60	42,4	0,15	0,20	0,09	0,12	-
13	100	42,4	0,12	0,16	0,15	0,20	-
14	100	14,1	0,16	0,12	-	-	0,24
15	100	28,3	0,12	0,16	-	-	0,08
16	50	35,4	0,12	0,16	0,08	-	-
17	50	42,4	0,06	0,08	0,1	-	-
18	50	14,1	0,16	0,12	-	-	0,12
19	60	28,3	0,15	0,20	0,09	0,12	-
20	60	35,4	0,06	0,08	0,08	-	0,08
21	60	56,6	0,15	0,20	0,15	-	-
22	100	56,6	0,09	0,12	0,15	0,20	-
23	100	35,4	0,06	0,08	0,04	-	-
24	100	28,3	0,03	0,04	-	-	0,08

Список литературы

1. *Атабеков Г. И.* Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи. 8-е изд., стер. М.: Горная книга, 2010. 592 с.
2. *Бессонов Л. А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. М.: Высшая школа, 1996. 638 с.
3. *ГОСТ 2.702-2011.* Единая система конструкторской документации (ЕСКД). Правила выполнения электрических схем.
4. *Касаткин А. С., Немцов М. В.* Электротехника: учеб. для вузов. М.: Издательский центр «Академия», 2003. 544 с.